ACCESSIONIS AD STERIOMETRIAM, ET MECANICAM.

PARS PRIMA.

In qua traduntur Mensuræ, & Centra grauitatis quamplurium solidorum.

AVTHORE
F. STEPHANO DE ANGELIS VENETO,

Ordinis Iesuatorum S. HIERONYMI, in Veneta Prouincia Definitore Prouinciali.



VENETIIS, MDCLXII.

Apud Ioannem La Noù.

SVPERIORVM PERMISSV.



Illuſtriſſimis, & Excellentiſſimis D. D.

ANDREÆ CONTARENO, NICOLAO SAGREDO, BAPTISTÆ NANIO,

Equitibus, D. M. Procuratoribus, ac ſapientiſſimi Athenæi Patauini Moderatoribus.

F. STEPHANVS ANGELI VENETVS,
Ord. Ieſuat. S. HIERONYMI, & in Veneta Prouincia Prouincialis Definitor P. P. P.





EGIBVS ſancitum omnibus nemini ambigendum opinor, fidelem ciuem pro ijs cunctis, quæ vel cęcę Fortunæ velleitatibus, vel ſudore, ac labore potitur proprio, ſuo naturali, legitimoque Principi tributum ſoluere arctè teneri. Syderum, ſuperorumque ingenti fauore Ve-

netijs (in Libertatis Regia videlicet) proindeque sub huiusce Celsissimæ Reipublicæ ad inuidiam vsque felici regimine, in hunc terrarum orbem sum deuolutus. Quumque (haud modicum vitæ meæ curriculum impendens) infessa, pertinacique diligentia, & anxietate quamplurimas acquisiuisse geometricas diuitias, fortassis non incongruè, iactem; pro his vectigal reddere optimum duco. Vobis igitur Patres, ac Proceres Præstantissimi, quibus prudentissimis, ac æquissimis suffragijs patrio à Senatu gazas cunctas scientiarum exercere, ac administrare, huiuscemodique decimas exigere commissum video, illud præsenti offero libello. Quod neutiquè ab vrbanitate, Vestra lenissima spretum iri arbitrandum; hoc namque Regia Munificentia Vobis congenita Polo vtrique innotescens valdè vetat. Illud ergo hilari excipite fronte, meque seruum humillimum, cum eo pariter, protectionis Vestræ sub alis, vt enixè deprecor, fouete, ac tegite. Ad Nestoreos annos valete incolumes scientiarum conseruatores; & propagatores, Equitum splendor; dignitatis Procuratoriæ decus; Senatus firmissimæ bases; Venetæ libertatis propugnacula; & perfectorum ciuium Aristocraticorum regula, norma, ac exemplar. Valete.

LE-



LECTORI BENEVOLO.



RACTATVLI nostri De Infinitarum Cochlearum Mensuris, &c. *absoluta impressione, non nulla Geometrica excogitauimus, ac in duas distribuimus partes; quas etiam,* Accessionis ad Steriometriam, & Mecanicam *appellitare statuimus. In his non pauca ad mensuras, centraque grauitatis quamplurium solidorum attinentia enucleantur. Verùm dùm de illarum diuulgatione soliciti essemus, innumera impedimenta occurrerunt, quæ omnia nos coegerunt finem partis primæ firmum punctum facere. Pars altera, & non pauca alia, quæ vel sparsim schedulis varijs commendantur, vel adhuc immatura, & indigesta phantasiam occupant opportunius tempus expectabunt. Quod attamen Deus solus scit an aliquandò sit venturum. Etenim quamuis ætas nostra minimè abnuat (labitur quippè nunc ipsius trigesimus nonus annus) nihilominus*

minus

minus incredibile propemodum est quantùm sors obstet aduersa. Nisi aptiùs fortaßis quisque asserat, hoc à geometriæ indignatione ortum ducere, renuentis tam friuolis elucubrationibus, quales nostræ decernuntur, conspurcari. Quidquid sit, lege hæc, Humanißimè Lector. Quæ si grata apparebunt, totis curabimus viribus alia his succedere. Vale.



Nor

Noi Reformatori dello Studio di Padoa.

HAuendo osseruato per fede del P. Inquisit. nella prima parte di Geometria composta dal P. F. Steffano de Angelis, non esserui cosa alcuna contro la Santa Fede Cattolica, e parimente per attestato del Segretario nostro niente contro Prencipi, e buoni costumi, concedemo licenza, che sij stampato, osseruandosi gl'ordini, &c.

Dat. dal Magist. nostro li 25. Febraro 1661.

Andrea Contarini Cau. Proc. Refor.
Battista Nani Cau. Proc. Ref.

Angelo Nicolosi Segr.

FA-

FACVLTAS

Reuerendiſſimi Patris Generalis.

LAVDETVR IESVS CHRISTVS.

OPVS *inſcriptum*, Acceſſionis ad Steriometriam,& Mecanicam, &c. *compoſitum ab Admodum Reu. P. Stephano de Angelis Veneto profeſſo Noſtri Ordinis Ieſuatorum, ac in Prouincia Veneta Definitore, concedimus Typis demandari: dummodo habeat neceſſarias licentias, & approbationes, quæ de iure ſunt neceſſariæ &c. In quorum fidem præſentes manu propria ſubſcripſimus, ac proprio Noſtri Officij ſigillo muniuimus.*

Datum Brixiæ, in Noſtro Conuentu Corporis Chriſti, Die 2. Decemb. 1661.

Fr. Antonius Nouellus Gen. Ieſuat.

Locus Sigilli.

AC-

ACCESSIONIS AD STERIOMETRIAM, ET MECANICAM.

PARS PRIMA.





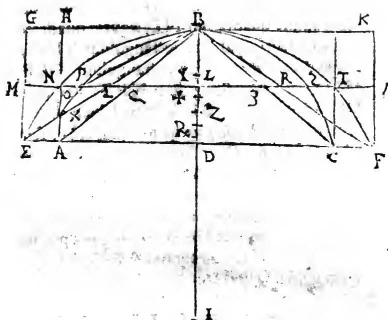
DE Mensuris, & centris grauitatis sphæræ, sphæroidis, ac portionum eorundem quamplurimi pertractarunt. Enituit inter hos merificè percelebris ille geometra Lucas Valerius in ijs libris, quos de centris grauitatis solidorum appellitauit. Nos in quarto illorum librorum, cuius inscriptio, *De Infinitis Parabolis*, ex analogia agnita inter hæc solida, & parabolam quadraticam, idem argumentum exagitauimus. Nunc, medio conoide parabolico quadratico, eundem lapidem voluere intelligimus. Ve-

rùm ante omnia describere oportet indolem conoidis, quo vti est animus.

Supponamus A P B C, esse portionem quamlibet sphæræ, cuius axis B D; tota diameter B I; basis A D C. Ducta autem chorda B A, ipsi fiat æqualis E D; & axi B D, ordinatim applicata E D, sit semiparabola quadratica E B D, cuius axis B D; basis E D; ex cuius reuolutione circa B D, sit conoides parabolicum E B F. In ipso ordinatim applicata qualibet N P L, & iuncta B P; erit N L, æqualis B P. Namque, cum sit vt D B, ad B L, sic tam quadratum A B, ad quadratum B P (propter sphæram) quam quadratum E D, ad quadratum N L. Erit permutando, vt quadratum E D, ad quadratum A B, sic quadratum N L, ad quadratum P B. Et vt E D, ad A B, sic N L, ad B P. Sed E D, æquatur B A, ex constructione. Ergo etiam N L, æquabitur P B. Et sic de reliquis. De his ergo erit.

PROPOSITIO I.

Si sint cylindri, nempe conoidi circumscriptus, & super eadem basi, & circa eundem axim cum portione. Erit tubus cylindricus, qui est excessus cylindri circumscripti conoidi supra cylindrum super basi portionis, triplus excessus conoidis supra portionem.



Conoidi ſit circumſcriptus cylindrus GF, & HC, ſit cylindrus ſuper baſi ADC, & circa axim BD. Dico tubum cylindricum GAK, eſſe triplum exceſſus conoidis ſupra portionem. Sumpto namque in DB, quolibet puncto L, per ipſum agatur planum MV, parallelum EF, ſecans omnia vt in ſchemate. Quoniam enim ſupra patuit quadratum ED, æquale quadrato BA; nempe quadratis AD, DB: & quadratum ED, eſt æquale quadrato AD, & rectangulo EAF. Ergo rectangulum EAF, cum quadrato AD, eſt æquale quadratis AD, DB.

Ergo communi ablato quadrato A D, rectangulum E A F, est æquale quadrato D B. Eodem modo, quoniam patuit quadratum N L, æquale quadrato P B: eodem discursu patebit rectangulum N P T, æquale quadrato B L. Ergo rectangulum E A F, seù M O V, erit ad rectangulum N P T, vt quadratum D B, ad quadratum B L: nempe (ducta B A, & intellecto cono A B C) vt quadratum A D, seu O L, ad quadratum Q L. Nempe, armilla circularis M O V, erit ad armillam circularem N P T, vt circulus radij O L, ad circulum radij Q L. Sed punctum L, sumptum fuit ad arbitrium. Ergo tùbus G A K, erit ad excessum conoidis supra portionem, vt cylindrus H C, ad conum A B C. Nempe in ratione tripla. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Adnotetur attamen modus arguendi. Eodem quippè discursu, quo conclusum fuit, esse totum tubum cylindricum G A K, ad totum excessum conoidis supra portionem, probari quoque potest, esse v.g. tubum MAV, ad partem excessus ex ENPA, vt cylindrus O C, ad frustum conicum ex A Q L D. Et sic de reliquis partibus proportionalibus. Cum verò ex schol. 2. proposit. 15. lib. 2. de Infin. Parabolis, & alibi, sit O C, ad frustum conicum ex A Q L D, vt tripla A D, ad A D, Q L, & tertiam ipsarum minorem continuè proportionalem: nempe, vt tripla

D B,

D B, ad D B, B L, & tertiam ipsarum proportionalem. Erit etiam tubus cylindricus M A V, ad partem excessus prædictam, vt tripla D B, ad D B, B L, & dictam tertiam proportionalem.

SCHOLIVM II.

Ex nostris verò doctrinis generalibus assignatis in lib. 3. de Infinit. Parab. facilè est discurrere, conum, & excessum prædictum, esse quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in gra-

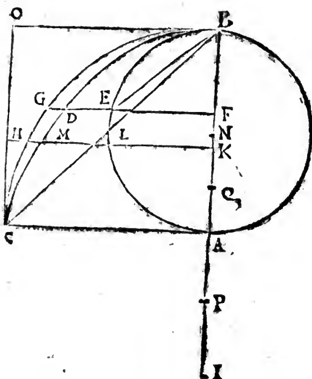
grauitate : tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Ergo centrum grauitatis illorum solidorum secabit B D, in eodem puncto. Sed L, v. g. centrum grauitatis coni sic secat B D, vt B L, sit tripla L D, vt à plurimis, & etiam à nobis pluribus vicibus probatum fuit. Ergo etiam centrum grauitatis dicti excessus sic secabit B D.

Pari passu eodem modo secabitur L D, à centro grauitatis partis excessus ex E N P A, sicuti secatur à centro grauitatis frusti conici A Q ꝫ C. Cum verò ex schol. proposit. 18. lib. 4. de Infinit. Parab. factis B Y, tripla Y L, & B Z, tripla Z D, & facto vt cubus D B, ad cubum B L, sic Y ℞, ad ℞ Z, sit ℞, centrum grauitatis frusti conici ex A Q L D. Erit etiam ℞, centrum grauitatis partis illius excessus, cuius axis L D.

SCHOLIVM III.

Adhibuimus autem sphæræ portionem, & non totam sphæram ad generationem conoidis parabolici, quia sphæræ portione, & non tota indigemus sphæra, ad patefacienda quamplurima sequentia. Non quod omnia supra dicta non manifestentur etiam de ipsamet sphæra integra. V. g. si in schem. sequenti, supponamus totam sphæram, cuius diameter B A, & supponamus conoides parabolicum genitum ex semiparabola C D B A, reuoluta circa axim B A,

cuius



cuius ordinatim applicatæ sint CA, æqualis BA, maximæ chordarum sphæræ, & DF, æqualis chordæ BE, & sic de alijs. Intellecto cylindro ex rectangulo OA, semiparabolæ circumscripto. Etiam hic triplus erit excessus conoidis supra sphæram. Nam intellecto etiam cono ex triangulo BCA, reuoluto circa BA. Eodem discursu, quo factum fuit in

in propositione superiori, constabit, cylindrum esse ad excessum, vt est ad conum. Et excessum, & conum esse magnitudines proportionaliter analogas. Et quæcunque supra conclusa fuerunt de excessu conoidis supra portionem; hìc concludentur de excessu conoidis supra sphæram. Vt facilè quisque proprio assequetur Marte.

SCHOLIVM IV.

Antequam autem vlteriùs procedamus, tangemus incidenter, quod si in qualibet semiparabola CDBA, abscindatur BA, pars axis æqualis lateri recto parabolæ, & à puncto A, ordinatim applicetur AC, ad diametrum, & ducatur BC, ac super diametro BA, Fiat semicirculus BEA, & intelligamus omnia rotari circa BA. Excessus conoidis supra sphæram tam secundum totum, quam secundum partes proportionales, erit æqualis cono ex BCA. In hoc namque conoide CA, æquatur AB; quia quadratum CA, cum sit æquale rectangulo sub AB, & sub latere recto, erit etiam æquale quadrato BA. Sed his omissis consideremus sphæræ portionem, vt supra fecimus.

PROPOSITIO II.

Si in ambobus solidis inscribantur coni. Differentia prædictorum solidorum erit æqualis tam secundum totum,

quam

quam secundum partes proportionales differentiæ conorum.

DE totis est manifestum. Quippè tubus cylindricus GAK, est triplus tam differentiæ solidorum, ex proposit. anteced. quam differentiæ conorum. Quia, cum tam cylindrus GF, sit triplus coni EBF, quam cylindrus HC, triplus coni ABC. Erit tubus GAK, triplus dictæ differentiæ conorum.

De totis, & de partibus proportionalibus simul, patebit sic. Accepto puncto L, traiciatur planum MV, parallelum EF, secans omnia vt in schemate, vt supra factum est. Quoniam vt quadratum DB, ad quadratum BL, sic tam totum quadratum ED, ad totum quadratum 2L, quam ablatum quadratum AD, ad ablatum quadratum QL. Ergo & vt quadratum DB, ad quadratum BL, sic erit reliquum rectangulum EAF, ad reliquum rectangulum 2QR. Sed supra etiam probatum est, vt quadratum DB, ad quadratum BL, sic rectangulum EAF, ad rectangulum NPT. Ergo rectangulum EAF, ad rectangula NPT, 2QR, erit in eadem ratione. Ergo illa rectangula erunt æqualia. Quare & armilla æqualis armillæ. Et solidum solido æquale tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

PROPOSITIO III.

Excessus conoidis supra suum conum, est æqualis excessui portionis supra suum conum, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

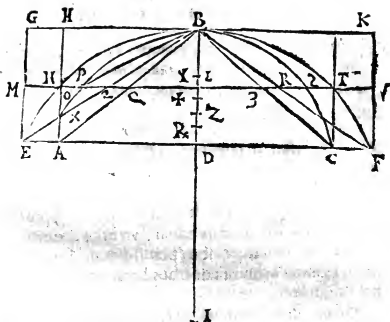
DE totis excessibus sic patebit. Nam conus inscriptus in conoide secabit portionem sphæræ, vt eius pars ad verticem tota sit intra portionem. Frusti verò ad basim, aliqua pars sit extra portionem. Cum autem ex proposit. anteced. differentia conoidis & portionis sit æqualis differentiæ conorum. Ablata communi parte genita à figura XEA, & addita genita à figura contenta à recta, & curua BX: patebit propositum.

De partibus proportionalibus non erit differens demonstratio, additis, & ablatis communibus partibus secundum quod planum secans parallelum EDF, secat solidum diuersis in locis.

SCHOLIVM.

Consequenter ergo ad nostras doctrinas generales, excessus prædicti erunt quantitates proportionaliter analogæ, tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Vndè centrum grauitatis illarum secabit BD, in eodem puncto, quod erit medium ipsius

BD,



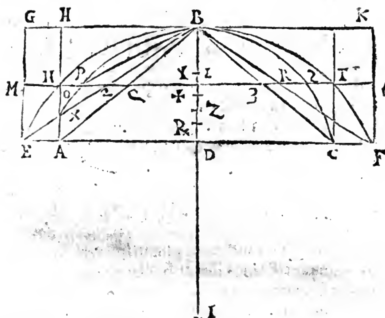
B D, vt deductum fuit, & in schol. proposit.6. Miscell. Hyperbolici, & Parabolici, & in proposit.46. eiusdem.

Item ex schol.proposit.6. citatę, erit excessus portionis supra conum A B C, sibi inscriptum, dimidium coni E B F, inscripti in conoide: quia in loco citato deductum fuit, & deducetur faciliter, excessum conoidis supra conum sibi inscriptum esse illius subduplum.

PROPOSITIO IV.

Cylindrus circumscriptus cuilibet portioni sphæræ, est ad ipsam, vt quadratum radij basis cylindri, ad dimidium quadratum radij basis portionis, vna cum sexta parte quadrati axis eiusdem.

CViuscunque portioni ABC, sphæræ sit circumscriptus cylindrus HC. Dico hunc esse ad portionem, vt quadratum AD, radij basis cylindri, ad dimidium quadrati AD, basis radij portionis, siuè hæ bases sint eædem, vt erit in omnibus portionibus non maioribus hemisphærio, siue diuersæ, vt in portionibus maioribus hemisphærio, in quibus basis cylindri erit circulus sphæræ maximus, vna cum sexta parte quadrati BD. Nam cylindrus GF, circumscriptus conoidi EBF, descripto secundum conditiones supra explicatas, erit ad excessum conoidis supra portionem, vt quadratum ED, ad tertiam partem rectanguli EAF. Quia ad tubum cylindricum GAK, qui ex proposit. 1. est triplus dicti excessus, est vt quadratum ED, ad rectangulum EAF. Sed idem cylindrus GF, est conoidis parabolici duplus, vt ostensum fuit à quamplurimis, & etiam à nobis pluribus in locis, quorum vnus est proposit. 15. lib. 2. de Infinit. Parab. nempe est ad ipsum vt quadratum ED, ad sui dimidium: nempe ad dimidium quadrati AD, & rectanguli EAF. Ergo cy-



cylindrus GF, erit ad portionem ABC, vt quadratum ED, ad dimidium quadrati AD, vna cum excessu dimidij rectanguli EAF, supra tertiam partem eiusdem: nempe vna cum sexta parte rectanguli EAF. Sed cylindrus HC, est ad cylindrum GF, vt quadratum AD, ad quadratum DE. Ergo ex æquali, erit cylindrus HC, ad portionem ABC, vt quadratum AD, vt radius basis cylindri, ad dimidium quadrati AD, si sit radius basis portionis, vna cum sexta parte rectanguli EAF: nempe vna cum sexta parte quadrati BD (nam ex constructione,

ne,

ne, rectangulum EAF, eſt æquale quadrato BD.) Quod &c.

COROLLARIVM I.

Ergo ſi ABC, erit hemiſphærium, erit cylindrus HC, ipſius ſeſquialter. Nam cum baſis cylindri, & hemiſphærij ſit eadem: patet dimidium quadrati AD, vna cum ſexta parte quadrati BD, ſeu AD, facere duas tertias quadrati AD.

COROLLARIVM II.

Ergo ſi ABC, non eſſet portio ſphæræ, ſed ſphæra integra, vt BD, eſſet eius diameter; cylindrus ſphæræ circumſcriptus eſſet eius ſeſquialter. Quod non tantum poteſt deduci, quia hic cylindrus duplus cylindri hemiſphæri circumſcripti, ſicuti ſphæra dupla hemiſpærij; ſed etiam immediate, quia tunc baſis portionis nulla eſſet. Et cylindrus ſphæræ circumſcriptus, cuius radius baſis ſphæræ ſemidiameter, eſſet vt dictum quadratum, ad ſextam partem quadrati diametri: nempe, vt quadratum diametri ad $\frac{1}{4}$, ſeu ad $\frac{1}{6}$ quadrati diametri. Eſt enim etiam nunc cylindrus GF, exceſſus conoidis EBF, ſupra ſphæram DABCA, in hoc propoſito caſu, triplus ex ſchol. 3. propoſit. 1.

CO-

COROLLARIVM III.

Ergo exceſſus conoidis ſupra portionem erit ad ipſam, vt tertia pars rectanguli E A F, ſeù quadrati B D, ad dimidium quadrati A D, vna cum ſexta parte quadrati B D. Ex progreſſu enim demonſtrationis primæ patuit, cylindrum G F, eſſe ad exceſſum, vt quadratum E D, ad tertiam partem rectanguli E A F, ſiue quadrati D B. Et inſimul eundem cylindrum G F, eſſe ad portionem, vt idem quadratum E D, ad dimidium quadrati A D, vna cum ſexta parte quadrati B D.

COROLLARIVM IV.

Ergo dictus exceſſus erit ad portionem, vt tertia pars D B, ad ſextam partem D B, vna cum dimidia D I, axi reliquæ portionis ad ſphæram. Nam tertia pars quadrati D B, eſt rectangulum ſub D B, & ſub eius tertia parte. Item rectangulum ſub D B, & ſub eius ſexta parte eſt ſexta pars quadrati D B. Dimidium quadrati A D, eſt rectangulum (propter circulum) ſub B D, & ſub dimidia D I. Cum ergo hæc omnia plana habeant communem altitudinem B D. Erit vt rectangulum ſub D B, & ſub eius tertia parte, ad rectangulum ſub D B, & ſub eius ſexta parte, vna cum rectangulo ſub D B, & ſub dimidia D I,

nem-

nempe vt excessus ad portionem, sic tertia pars D B, ad sextam partem D B, vna cum dimidia D I.

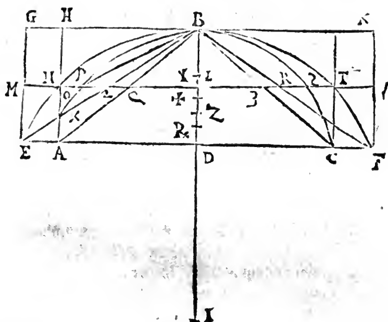
ALITER.

Inscriptis tam in conoide, quam in portione conis, excessus portionis, supra suum conum est dimidium coni E B F, vt deductum est in schol. prop. 3. Ergo cylindrus H C, portioni circumscriptus erit ad ipsam, vt est ad dimidium coni E B F, & ad conum A B C. Sed cylindrus H C, est ad dimidium coni E B F, vt quadratum A D, ad sextam partem quadrati E D: nempe quadrati A D, & rectanguli E A F; seù quadrati B D. Item cylindrus H C, est ad conum A B C, vt idem quadratum A D, ad tertiam partem quadrati A D, vt radius basis coni. Ergo cylindrus ad portionem, erit vt quadratum A D, ad tertiam, cum sexta parte quadrati A D: nempe ad dimidium quadrati A D, vna cum sexta parte quadrati B D. Quod &c.

COROLLARIVM V.

Ergo excessus portionis supra conum A B C, erit ad ipsum, vt sexta pars quadrati A D, vna cum sexta parte quadrati D B, ad tertiam partem quadrati A D. Nempe vt sexta pars diametri B I, ad tertiam partem D I. Quæ deducentur, vt factum est in alijs

co-



corollarijs tertio, & quarto, ex progreſſu ſecundæ demonſtrationis.

COROLLARIVM VI.

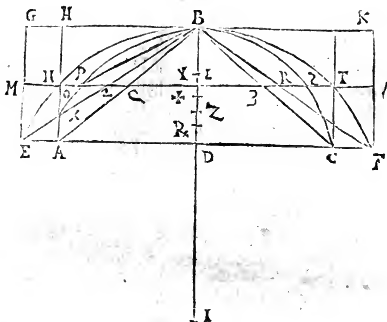
Ergo tota portio erit ad exceſſum ſui ſupra conum, vt dimidia DI, cum ſexta parte DB, ad ſextam partem BI. Et ad conum, vt idem antecedens, ad tertiam partem DI.

COROLLARIVM VII.

Ergo quilibet cylindrus eiusdem altitudinis cum portione, erit ad ipsam, vt quadratum radij suæ basis, ad dimidium quadrati radij basis portionis, vna cum sextante quadrati axis portionis. V.g. cylindrus quilibet G F, esset ad portionem A B C, vt quadratum radij E D, ad dimidium quadrati AD, vna cum sextante quadrati D B.

COROLLARIVM VIII.

Ergo quilibet cylindrus M F, ad quamlibet sphæræ portionem A B C, habet rationem compositam ex ratione quadrati E D, radij suæ basis, ad bessem quadrati A D, radij basis portionis, vna cum sextante quadrati D B, & ex ratione D L, altitudinis cylindri, ad B D, axim portionis Nam cylindrus M F, ad portionem habet rationem compositam ex ratione ipsius ad cylindrum H C, portioni circumscriptum, & ex ratione ipsius ad portionem. Ratio cylindri M F, ad cylindrum H C, componitur ex ratione quadrati E D, ad quadratum D A, & ex ratione D L, ad D B. Cylindrus H C, ad portionem est vt quadratum A D, ad dimidium quadrati A D, radij portionis, vna cum sextante quadrati D B. Ergo ratio cylindri M F, ad portionem componetur etiam ex istis proportionibus. Sed ex duabus proportioni-



tionibus quadrati E D, ad quadratum A D, & huius ad dimidium quadratum radij basis portionis, vna cum sextante quadrati D B, componitur ratio quadrati E D, ad dimidium quadrati A D, radij basis portionis, vna cum sextante quadrati D B. Quare patet propositum.

PROPOSITIO V.

Cylindrus super eadem basi, & circa eundem axem cum portione, est ad ipsam, vt axis reliquæ portionis, ad dimi-

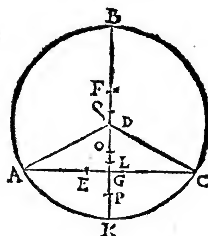
dium axis reliquæ portionis, vna cum sexta parte axis portionis.

SI super eadem basi ADC, sit cylindrus HC; hic erit ad portionem, vt DI, ad compositam ex dimidia DI, & ex sexta parte DB. Cylindrus enim super eadem basi cum portione, est ad ipsam, ex coroll. 7. antec. citat. vt quadratum AD, ad dimidium quadrati AD, vna cum sexta parte quadrati DB. Nempe vt rectangulum IDB, ad sui dimidium, vna cum rectangulo sub DB, & sub sexta parte DB. Nempe, propter eandem altitudinem DB, vt ID, ad sui dimidiam, cum sexta parte DB. Quod &c.

COROLLARIVM I.

Ergo quilibet cylindrus super eadem basi ADC, cuiuscunque altitudinis, erit ad portionem, vt rectangulum sub altitudine cylindri, & sub axi reliquæ portionis, ad rectangulum sub axi portionis, & sub composita ex eius sextante, & ex dimidio axi reliquæ portionis. V. g. in sphæra diagrammatis sequentis cuius diameter Bk, portiones minor AkC, maior ABC, erit cylindrus cuius basis AGC, altitudo GD, ad portionem AKC, vt rectangulum BGD, ad rectangulum sub Gk, & sub composita ex dimidia BG, & ex sextante GK. Sic idem cylindrus erit ad portionem ABC, vt rectangulum KGD,

ad



ad rectangulum ſub B G, & ſub compoſita ex dimidia G K, & ex vna ſexta G B.

COROLLARIVM II.

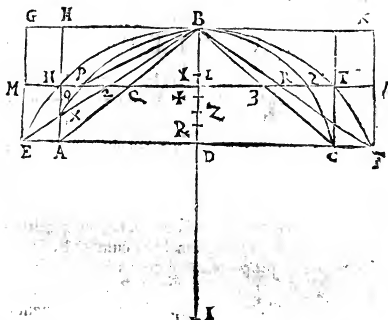
Ergo conus A D C, triens dicti cylindri, erit ad portiones, vt vna tertia antecedentis, ad eadem conſequentia. Nempe ad portionem minorem A k C, vt triens rectanguli B G D, ad rectangulum ſub K G, vt ſub compoſita ex dimidia B G, & ex vna ſexta G k. Ad portionem verò A B C, vt triens rectanguli k G D, ad rectangulum ſub B G, & ſub compoſita ex dimidia k G, & ex ſextante G B.

CO-

PROPOSITIO VI.

Centrum grauitatis cuiuscunque portionis sphæræ sic diuidit axim, vt pars terminata ad verticem, sit ad terminatam ad basim, vt quadruplus axis reliquæ portionis, vna cum axi portionis, ad duplum axim reliquæ portionis, vna cum axi portionis.

SVpponatur L, centrum grauitatis portionis ABC. Dico esse BL, ad LD, vt quadrupla DI, vna cum DB, ad duplam DI, cum DB. Diuidatur enim BD, in ℞, vt B℞, sit tripla ℞D. Ergo ℞, erit centrum grauitatis excessus conoidis EBF, supra portionem, ex schol. 2. proposit. 1. Item BD, eadem diuidatur sic in Z, vt BZ, sit dupla ZD. Ergo Z, erit centrum grauitatis totius conoidis, vt patet ex quamplurimis, & etiam ex nobis in proposit. 14. lib. 4. de Infinit. Parab. & Z℞, erit duodecima pars BD; quia quorum BD, est 12. B℞, est 9. & BZ, 8. Si ergo fiat, vt portio ad excessum reciprocè, sic ℞Z, ad ZL. Erit ex doctrinis famosis archimedeis, L, centrum grauitatis portionis. Sed portio ad excessum, ex coroll. 4. proposit. 4. est vt sexta pars DB, vna cum dimidia DI, ad tertiam partem DB. Ergo ℞Z, erit ad ZL, vt sexta pars DB, cum dimidia DI, ad tertiam partem DB. Cum verò DB, sit duodecupla Z℞, erit DB, ad LZ, vt 12. dimidiæ DI, seù sex DI, vna cum 12. sextis par-



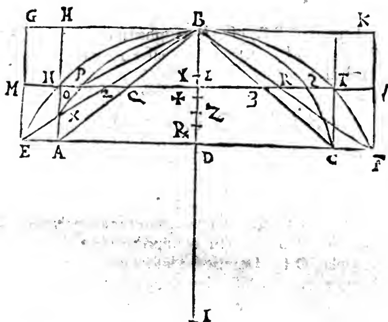
partibus DB; nempe vna cum duabus DB, ad tertiam partem DB. Cum verò DB, sit ad DZ, vt 12. ad 4. nempe vt 12. dimidiæ DI, cum 12. sextantibus DB, ad quatuor dimidias DI, vna cum quatuor sextis DB. Ergo DB, erit ad totam DL, vt sex DI, cum duabus BD, ad quatuor dimidias DI, seu ad duplam DI, vna cum tertia parte DB, & cum eiusdem quatuor sextis partibus. Sed tertia pars DB, vna cum eiusdem quatuor sextis partibus faciunt BD. Ergo erit BD, ad DL, vt sex DI, cum duabus DB, ad duas DI, cum DB. Et diuidendo, erit

D BL,

BL, ad LD, vt quadrupla DI, cum DB, ad duplam DI, cum DB.

ALITER.

Supponamus BD, diuisam bifariam in L, & LD, bifariam in ℞. Ergo L, erit centrum grauitatis excessus portionis supra conum, vt probatum fuit à nobis diuersis in locis, sed etiam in schol. proposit. 3. & ℞, erit centrum grauitatis coni. Si ergo diuidatur L℞, in Z, vt LZ, sit ad Z℞, reciprocè vt conus ad excessum. Erit Z, centrum grauitatis totius portionis. Dico esse BZ, ad ZD, vt quadrupla ID, cum BD, ad duplam ID, cum DB. Nam, ex corollar. 5. proposit. 4. est conus ad excessum dictum, & consequenter LZ, ad Z℞, vt tertia pars DI, ad sextam partem BI. Quare componendo, erit L℞, ad ℞Z, vt tertia pars DI, cum sexta parte BI, ad sextam partem IB. Quare BD, quadrupla L℞, erit ad Z℞, vt quatuor tertiæ partes DI, vna cum quatuor sextis partibus IB, ad sextam partem IB. Sed BD, quadrupla D℞, est ad ipsam, vt quatuor tertiæ partes ID, vna cum quatuor sextis partibus BI, ad tertiam partem DI, cum sexta parte BI. Erit ergo BD, ad DZ, vt quatuor tertiæ partes DI, vna cum quatuor sextis partibus BI, ad tertiam partem DI, vna cum duabus sextis partibus BI. Sed quatuor tertiæ partes DI, vna cum quatuor sextis partibus BI, faciunt sex tertias partes



tes DI (nempè duplam DI) cum duabus tertijs DB. Et triens DI, cum duabus ſextis BI, faciunt duas tertias DI, cum triente BD. Et vt dupla DI, cum duabus tertijs DB, ad duas tertias DI, cum triente DB, ſic horum tripla: nempe ſex DI, cum ſex tertijs DB, nempe cum dupla DB, ad ſex tertias DI, ſeù duplam DI, vna cum DB. Ergo erit BD, ad DZ, vt ſex DI, cum dupla DB, ad duplam DI, cum DB. Et diuidendo, erit BZ, ad ZD, vt quadrupla DI, cum DB, ad duplam DI, cum DB. Quod &c.

D 2 CO-

COROLLARIVM.

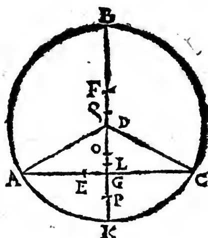
Ergo si ABC, esset hemisphærium, esset BZ, ad ZD, vt 5. ad 3. Quia DI, esset æqualis BD, vt clarè patet.

SCHOLIVM I.

Hic inutile non erit assignare regulas reperiendi centra grauitatis sectorum sphæræ, tam maioris, quam minoris. Sectoris ergo minoris ADCK, in schemate sequenti, centrum grauitatis reperietur diuidendo DG, axem sui coni proprij in O, vt DO, sit tripla OL. Deinde sic kG, axem portionis in P, vt sit kP, ad PG, vt quadrupla BG, cum Gk, ad duplam BG, cum Gk. Tandem sic OP, in L, vt sit OL, ad LP, vt rectangulum sub kG, & sub composita ex dimidia BG, & ex vna sexta Gk, ad vnam tertiam rectanguli BGD. Nempe vt portio ad conum. Ex coroll. 2. proposit. 5. Namque L, erit dictum centrum sectoris.

Centrum sectoris ABCD, maioris reperietur diuidendo vt prius DG, axem coni in O, vt DO, sit tripla OG. Deinde sic BG, in Q, vt sit BQ, ad QG, vt quadrupla Gk, cum BG, ad duplam kG, cum GB. Demum faciendo OQ, ad QF, vt rectangulum sub triente KG, & sub composita ex sesquialtera BD, & ex dimidia DG, vna cum sextante qua-

drati



drati BG, ad trientem rectanguli KGD. Nempe vt sector ad conum, ex corollar. 3. proposit. 5. F. erit centrum quæsitum.

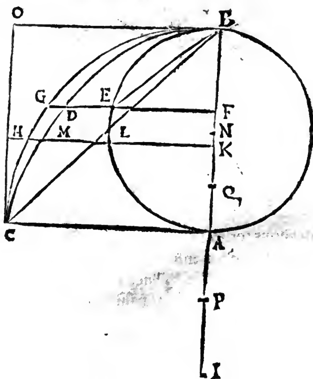
SCHOLIVM II.

Deduximus ergo in prima demonstratione centrum grauitatis portionis sphæræ ex centro grauitatis conoidis parabolici. Vice versa ex centro grauitatis sphæræ, quod vtique nimis est obuium, licet deducere centrum grauitatis supradicti conoidis. Quod licet sit vnum conoides particulare, & particulari modo descriptum: nihilominus quod de ipso dicetur, verificabitur etiam de alijs conoidibus. Nam omnia hæc sunt eiusdem rationis; axesque omnium

secan-

secantur eodem modo ab ipsorum centris grauitatis, vt tutè patet.

Sit enim in schem. sequenti sphæra, cuius diameter B A, centrum magnitudinis, & grauitatis F, sit C D B A, semiparabola, de qua supra. Diuisa ergo F A, in Q, bifariam, erit Q, centrum grauitatis excessus conoidis ex C D B A, supra sphæram, ex dictis



in

in schol. 3. proposit. 1. Diuidatur FQ, in K, vt sit FK, dupla kQ; nempe vt excessus conoidis supra sphæram, ad ipsam (est enim excessus dictus duplus sphæræ, quia cylindrus ex OA, est in hoc casu, ad totum conoides, vt quadratum CA, ad dimidium quadrati CA. Et ad excessum, vt ad trientem quadrati CA. Ergo ad sphæram, vt ad sextantem. Et excessus ad sphæram, vt triens ad sextantem. Nempe in ratione dupla.) Cum ergo qualium FQ, est 3. & tota BA, 12. talium sit FK, 2. & BK, 8. & kA, 4. Patebit Bk, esse ad KA, vt 8. ad 4. Nempe, vt 2. ad 1.

PROPOSITIO VII.

Si quælibet portio sphæræ secetur plano basi parallelo. Erit cylindrus circumscriptus segmento ad basim, ad ipsum, vt triplum quadratum basis radij cylindri, ad rectangulum sub axi reliquæ portionis ad integram sphæram, & sub composita ex sesquialteris axium portionis, & portionis ad verticem, vna cum rectangulo sub axi portionis, & sub composita ex dimidio axi segmenti, & ex excessu axis portionis ad verticem supra tertiam minorem proportionalium dictorum duorum axium.

PORtio ABC, sphæræ cum conoide descripto vt supra, secentur plano MV, basi EDF, parallelo, & sit cylindrus OC, portioni circumscriptus (siuè sua basis sit eadem cum ADC, basi portionis, siuè

siuè diuersa, vt accidet quandocunque portio erit hemisphærio maior) & sit vt DB, ad BL, sic hæc ad BY. Dico cylindrum OC, esse ad segmentum sphæricum APSC, vt triplum quadratum AD, ad rectangulum sub ID, & sub composita ex sesquialteris DB, BL, vna cum rectangulo sub DB, & sub composita ex dimidia DL, & ex LY, quæ sit ZY. Intelligantur omnia solida, vt supra, & hæc secta plano MLV. Cylindrus MF, ex schol.2. proposit. 3. lib. 4. de Infinit. Parab. est ad ENTF, frustum conoidis, vt parallelogrammum MF, ad trapezium E2RF: nempe ex ostensis, & ab alijs, & à nobis pluribus in locis, quorum vnus est proposit. 8. lib. 1. operis citati, vt dupla ED, ad ED, 2L: nempe vt dupla DB, ad DB, BL: nempe vt tripla DB, ad sesquialteram ipsarum DB, BL: nempe vt triplum rectangulum IBD, ad rectangulum sub IB, & sub composita ex illis sesquialteris. Quod seruetur.

Item, idem cylindrus MF, est ad tubum cylindricum MAV, vt quadratum ED; seù AB; seù rectangulum IBD, ad rectangulum EAF; seù ad quadratum DB, ei æqualé: nempe, vt triplum rectangulum IBD, ad triplum quadratum BD. Tubus MAV, ad excessum frusti ENTF, conoidis supra segmentum APSC, est, ex schol.1. proposit. 1. vt tripla DB, ad DB, BL, BY: nempe, vt triplum quadratum DB, ad quadratum DB, cum rectangulis DBL; DBY. Ergo ex æquali, erit cylindrus MF, ad illum excessum, vt triplum rectangu-

lum

lum I B D, ad quadratum D B, cum rectangulis D B L; D B Y. Erat autem supra idem cylindrus M F, ad totum E N T F, segmentum conoidis, vt triplum rectangulum I B D, ad rectangulum sub I B, & sub composita ex sesquialteris D B, B L. Ergo erit etiam idem cylindrus M F, ad reliquum segmentum sphæricum A P S C, vt triplum rectangulum I B D, ad excessum rectanguli sub I B, & sub composita ex sesquialteris D B, B L, supra rectangulum sub D B, & sub D B, B L, B Y. Sed talis excessus est rectan-

gulum ſub I D,& ſub ſeſquialteris dictis,vna cum rectangulo ſub D B, & ſub Y Z (quia ſeſquialtera D B, B L, excedit D B, B L, B Y, beſſe D L, & ipſa L Y, & rectangulum ſub I B, & ſub illis ſeſquialteris diuiditur in rectangula ſub illis ſeſquialteris, & ſub I D, D B.) Ergo cylindrus M F, erit ad ſegmentum A P S C, vt triplum rectangulum I B D, ad rectangulum ſub I D, & dictis ſeſquialteris, vna cum rectangulo ſub D B, & ſub Z Y. Quod pariter ſeruetur.

Tandem cylindrus O C, ſegmento circumſcriptus, eſt ad cylindrum M F, vt quadratum A D, ad quadratum E D; ſeù ad quadratum A B; ſeù ad rectangulum I B D: nempe, vt triplum quadratum A D, ad triplum rectangulum I B D. Cylindrus M F, eſt ad ſegmentum A P S C, ex ſupradictis, vt triplum rectangulum I B D, ad rectangulum ſub I D, & ſub ſeſquialteris D B, B L, vna cum rectangulo ſub D B, & ſub Z Y. Ergo ex æquali, erit cylyndrus O C, ſegmento circumſcriptus, ad ipſum, vt triplum quadratum A D, ad rectangulum ſub I D, & ſub compoſita ex ſeſquialteris D B, B L, vna cum rectangulo ſub D B, & ſub compoſita ex dimidia D L, & ex L Y. Quod erat oſtendendum.

COROLLARIVM I.

Ergo exceſſus ſegmenti conoidis ſupra ſegmentum

tum sphæræ, erit ad tale segmentum, vt quadratum DB, cum rectangulis DBL; DBY, ad rectangulum sub ID, & sub sesquialteris DB, BL, vna cum rectangulo sub DB, & sub ZY. Namque patuit ex progressu demonstrationis, cylindrum MF, esse ad illum excessum, vt triplum rectangulum IBD, ad quadratum DB, cum rectangulis DBL, DBY. Et simul patuit eundem cylindrum esse ad segmentum, vt idem triplum rectangulum IBD, ad rectangulum sub DB, & sub ZY, vna

cum rectangulo ſub ID, & ſub dictis ſeſquialteris.

ALITER.

Quoniam cylindrus MF, eſt ad ſegmentum ENTF, vt tripla DB, ad ſeſquialteram DB, BL: & eſt ad fruſtum conicum E2RF, vt tripla DB, ad DB, BL, BY. Erit cylindrus MF, ad exceſſum ſegmenti ENTF, ſupra fruſtum conicum E2RF, vt tripla DB, ad compoſitam ex dimidia DL, & ex LY: nempe ad ZY. Sed ex propoſit. 3. dictus exceſſus æquatur exceſſui ſegmenti APSC, ſupra fruſtum conicum AQ3C. Ergo erit MF, ad dictum exceſſum, etiam vt tripla DB, ad ZY: nempe vt triplum rectangulum IBD, ad rectangulum ſub IB, & ſub ZY.

Cylindrus OC, eſt ad cylindrum MF, vt quadratum AD, ad quadratum ED; ſeù ad quadratum AB; ſeù ad rectangulum IBD: nempe vt triplum quadratum AD, ad triplum rectangulum IBD. Cylindrus MF, eſt ad exceſſum ſegmenti APSC, ſupra fruſtum conicum AQ3C, vt triplum rectangulum IBD, ad rectangulum ſub IB, in YZ. Ergo ex æquali, cylindrus OC, ad exceſſum illum, erit vt triplum quadratum AD, ad rectangulum ſub IB, & ſub ZY.

Item, cylindrus OC, circumſcriptus ſegmento, ad cylindrum ſuper eadem baſi cum ſegmento, eſt vt qua-

quadratum AD, tanquam radij basis cylindri circumscripti portioni, ad quadratum AD, tanquam radij cylindri super ADC, basi portionis (siuè bases cylindrorum horum sint eædem, siuè diuersæ) nempe, vt triplum quadratum AD, radij basis cylindri segmento circumscripti, ad triplum quadratum AD, radij basis portionis: nempe ad triplum rectangulum IDB. Cylindrus super eadem basi cum segmento ad frustum conicum AQ3C, est vt tripla DB, ad DB, BL, LY: nempe vt triplum rectangulum IDB, ad rectangulum sub ID, & sub illis tribus DB, BL, LY. Ergo ex æquali, erit cylindrus OC, segmento circumscriptus, ad frustum conicum AQ3C, vt triplum quadratum AD, ad rectangulum sub ID, & sub tribus DB, BL, BY. Ergo colligendo ambo consequentia, erit cylindrus OC, segmento circumscriptus, ad ipsum segmentum, vt triplum quadratum AD, ad rectangulum sub IB, in ZY, vna cum rectangulo sub ID, in DB, BL, BY. Sed rectangulum sub IB, in ZY, diuiditur in rectangula sub ZY, in ID, & in DB: & rectangulum sub ID, in ZY, vna cum rectangulo sub ID, & sub DB, BL, BY, facit rectangulum sub ID, in sesquialteram DB, BL. Ergo cylindrus OC, segmento circumscriptus, erit ad ipsum, vt triplum quadratum AD, ad rectangulum sub ID, & sub sesquialtera DB, BL, vna cum rectangulo sub DB, & sub ZY. Quod &c.

CO-

COROLLARIVM II.

Ergo excessus segmenti APSC, supra frustum conicum AQ5C, erit ad dictum frustum conicum, vt factum sub IB, in YZ, ad factum sub ID, in ipsas DB, BL, BY. Quippè in progressu demonstrationis deductum est, esse cylindrum OC, & ad excessum illum, & ad illum frustum conicum, vt triplum quadratum AD, & ad rectangulum sub IB, & sub YZ, in ordine ad illum excessum; & ad rectangulum sub ID, & sub DB, BL, BY, in ordine ad frustum conicum.

COROLLARIVM III.

Ergo componendo, erit frustum sphæricum APSC, ad frustum conicum, vt ambo illa rectangula ad secundum. Et ad primum, per conuersionem rationis.

COROLLARIVM IV.

Ergo excessus frusti conoidalis ENTF, supra frustum conicum E2RF, erit ad ipsum vt ZY, ad DB, BL, BY. Hoc facilè elicitur ex principio huius secundæ demonstrationis.

SCHO-

SCHOLIVM.

Ex dictis lector facile agnoscet, cylindrum super eadem basi A D C, segmenti, & circa eundem axim L D, esse ad ipsum segmentum, vt triplum quadratum A D, radij basis segmenti, ad eadem rectangula. Quod cum nimis obuiet, non est circa hoc immorandum.

PROPOSITIO VIIJ.

Prædicti segmenti sphærici centrum grauitatis assignare.

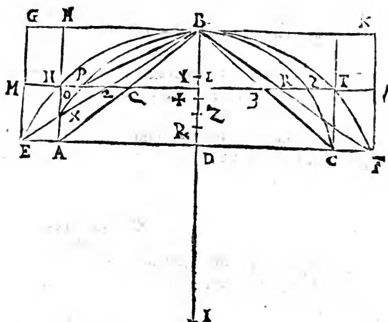
PRædicti segmenti sphærici potest consequenter ad superius dicta centrum grauitatis dupliciter assignari, & vniuersaliter vnica vice de quocunque tali segmento intermedio. Et quamuis hoc potuisset proponi per modum theorematis; nihilominus ad prolixitatem euitandam, libet loqui problematicè.

Centrum ergo grauitatis prædicti segmenti sphærici A P S C, poterit inueniri diuidendo L D, in Z, vt Z, sit centrum grauitatis frusti conoidis parabolici E N T F. Quod centrum quomodò inueniatur edoctum fuit in schol. proposit. 15. lib. 4. de Infinit. Parab. Secundo eandem L D, in ℞, vt ℞, sit centrum grauitatis frusti conici vel E 2 R F, vel A Q 3 C. Nam centrum grauitatis horum frustorum

storum erit idem: & etiam erit idem cum centro grauitatis excessus frusti conoidis E N T F, supra frustum sphæricum A P S C, ex dictis in schol. 2. proposit. 1. Quomodo verò inueniendum sit centrum grauitatis frusti conici, traditum fuit à quampluri-mis, & à nobis etiam alibi; signanter in schol. proposit. 18. citati lib. 1. Tandem faciendo ℞ Z, ad Z✢, vt frustum sphæricum ad excessum frusti conoidis supra ipsum: nempe ex coroll. 1. proposit. anteced. vt rectangulum sub I D, & sub sesquialteris D B, B L, vna cum rectangulo sub D B, & sub Z Y, ad quadratum D B, vna cum rectangulis D B L, D B Y. Hoc pacto inuentum erit ✢, centrum grauitatis segmenti sphærici.

Alio modo prolixiori inuenietur tale centrum, supposito, aut inuento Z, centro frusti conoidis, & ℞, segmenti conici E 2 R F, vel A Q 3 C: deinde faciendo ℞ Z, ad Z✢, vt segmentum conicum E 2 R F, ad excessum frusti conoidis supra ipsum: nempe vt D B, B L, B Y, ad Z Y, ex coroll. 4. proposit. anteced. sic enim ✢, erit centrum grauitatis dicti excessus. Quod etiam ex schol. 2. proposit. 1. erit centrum grauitatis excessus segmenti sphærici A P R C. Cum ergo ✳, sit centrum grauitatis dicti excessus, & ℞, sit centrum grauitatis segmenti conici A Q 3 C, si ✳ ℞, diuidatur in aliquo puncto, vt pars ad ✳, terminans sit ad partem terminatam, ad ℞, vt frustum conicum ad excessum: nempe vt factum sub I D, & sub composita ex tribus D B,

B L,



BL, BY, ad factum sub IB, in YZ. Erit inuentum punctum centrum quæsitum.

SCHOLIVM I.

Adnotandum autem, quod ea, quæ hac noua methodo tradita sunt de portionibus, & de segmentis intermedijs sphærarum, verificari quoque debent de illis magnitudinibus aliquandò ostensis cum sphæra proportionaliter analogis. Hæc sunt ex schol. pro-

posit.9. lib.4. de Infinit. Parab. sphæroides, parabola quadratica accepta secundum longitudinem suæ basis, & excessus cylindri supra duos conos sibi inscriptos inuersæ positos. Ex schol. 3. in calce proposit. 26. Miscell. Hyperb. & Parab. annulus latus ex hyperbola reuoluta circa secundam coniugatam diametrum. Ex schol. 2. in calce proposit. 45. citat. Miscell. sunt excessus portionum sphæræ, vel sphæroidis supra conos sibi inscriptos. Et alia alibi à nobis assignata.

SCHOLIVM II.

Portio sphæræ, & conoides parabolicum quadraticum, quæ vsque modò considerauimus, & de quibus passiones haud totaliter spretu dignas manifestauimus, non sunt figuræ, sic combinatæ, à nobis solummodò consideratæ; sed sunt portiones solidorum genitorum ex illis figuris, quas multis ab hic annis contemplatus fuit Bartholomęus Souerus in lib. 5. de curui, ac recti proportione promota. Sed ipse considerauit totum circulum, & totam parabolam genitam; & solidum ex parabola in prop. 25. nuncupauit est conicoides primum; nos verò tantum portionem circuli, & parabolæ, vt videre licuit in superioribus. Sed sicuti Souerus dictus non sistit in solo conicoide primo; sed vlterius progressus est; sic nos hæc transcendemus. Cogitemus ergo ABD, esse portionem semicirculi, & ENBD, esse semiparabolam

qua-

quadraticam, ex quibus reuolutis circa axim B D, cogitemus gigni sphæræ portionem, & conicoides primum iuxta Souerum, & vt supra dictum fuit; & ductis B E, B N, & alijs ad curuam parabolæ terminatis, fiat D Q, æqualis B E, L S, æqualis B N, & sic de alijs; & per harum extremitates transeat curua Q S B, ex reuolutione autem semifiguræ Q B D, circa B D, genitum sit solidum. Hoc vocatur à Souero conicoides secundum. Quod vtique erit conoides hyperbolicum, cuius diameter transuersa I B. Namque probat citatus Souerus in proposit. 28. figuram genitricem ipsius esse semihyperbolam. Hæc petantur ex Souero ipsomet, quæ etiam facilè quilibet proprio Marte probari poterit. Non enim intelligimus repetere, quæ Souerus fuit molitus, sed dùmtaxat ab ipso aut omissa, aut neglecta.

Ex genesi autem talium solidorum patet, excessum quadrati Q D, supra quadratum E D, æqualem esse excessui quadrati E D, supra quadratum A D: quia ambo æqualia eidem quadrato D B; & differentiam quadratorum S L, L N, æqualem differentiæ quadratorum N L, L P: quia pariter ambo æqualia eidem quadrato B L. Et hoc vbicunque traiciatur parallela Q D. Namque quadratum B E, æquatur quadratis B D, D E. Pariter quadratum Q D, æquale quadrato B E, æquatur rectangulo differentiæ quadratorum Q E, E D, & quadrato E D. Quo communi ablato. Remanet dictam differentiam, æqualem quadrato D B. Sed quadrato

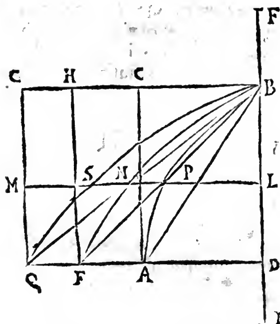
DB, erat etiam æqualis differentia quadratorum ED, DA, ex sæpissimè repetitis. Ergo illæ differentiæ erunt æquales. Sic probabitur etiam de differentijs quadratorum SL, LN, NP, & de quibuscunque alijs. His explicatis, sit.

PROPOSITIO IX.

Centrum grauitatis excessus conicoidis secundi supra sphæræ portionem sic diuidit axim eiusdem, vt pars ad verticem sit reliquæ tripla.

PAtet facilimè. Cum enim vbicunque traiciatur SL, QD, parallela, sit rectangulum differentia inter quadrata SL, LN; æquale differentiæ quadratorum NL, LP: nempe armilla circularis ex SN, sit æqualis armillæ circulari ex NP. Patet excessum conicoidis secundi supra primum, & huius excessum supra sphæræ portionem esse magnitudines proportionaliter analogas, iuxta sensum infinitis vicibus à nobis explicatum. Vndè consequenter idem punctum in BD, erit centrum grauitatis horum excessuum. Sed ex schol. 2. proposit. 1. centrum grauitatis dicti excessus conicoidis primi supra portionem, secat DB, vt pars ad B, sit reliquæ tripla. Ergo etiam centrum grauitatis excessus conicoidis secundi supra primum sic secabit BD. Quare etiam centrum grauitatis horum excessuum coniunctorum:

nem-



nempe excessus conicoidis secundi supra sphæræ portionem.

SCHOLIVM.

Verum ſicuti probatum fuit totos illos exceſſus eſſe magnitudines proportionaliter analogas, ſic concludi poterit de partibus proportionalibus. V g. pars exceſſus genita ex QSNE, erit proportionaliter analoga cum genita ex ENPA. Concludemus ergo

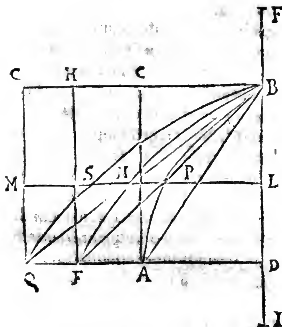
ergo ex citat. schol. 2. proposit. 1, tam centrum grauitatis excessus geniti ex QSNE, quam excessus geniti ex QSPA (qui coalescet ex ambobus excessibus) centrum grauitatis sic diuidere LD, vt diuiditur à centro grauitatis frusti conici geniti ex trapezio v.g. EPLD.

PROPOSITIO X.

Si prædictis solidis circumscribantur cylindri. Erit tubus cylindricus, qui est excessus cylindri circumscripti conicoidi secundo supra cylindrum super eadem basi cum portione, & circa eundem axim, triplus excessus conicoidis secundi supra sphæræ portionem.

Sint ergo cylindrus ex GD, circumscriptus conicoidi secundo, & CD, super basi portionis sphæræ, & circa axim DB. Dico tubum cylindricum ex GA, triplum fore excessus conicoidis ex QSBD, supra portionem ex ABD. Circumscripto namque cylindro ex HD, conicoidi primo, eodem modo, quo factum fuit in proposit. 1. ostendetur tubum cylindricum ex GE, triplum esse excessus conicoidis supra conicoides primum. Sed tubus etiam cylindricus ex HA, ex citat. proposit. 1. triplus est excessus conicoidis primi supra portionem. Ergo totus tubus cylindricus ex GA, erit triplus excessus conicoidis secundi supra sphæræ portionem. Quod &c.

SCHO-



SCHOLIVM.

Hoc posset etiam alijs modis ostendi; nobis autem præsens sufficiat. Sicuti autem ad modum propositionis primæ ostendi potest, tubum cylindricum ex G E, triplum esse excessus conicoidis secundi supra primum; sic inscriptis in conicoidibus conis, ad modum propositionis secundæ demonstrari potest, differentiam conico ideorum æqualem fore differen-

tiæ

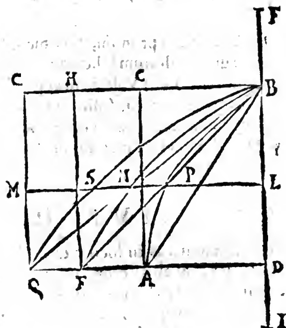
tiæ conorum tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

Item exceſſum conicoidis ſecundi ſupra conum ſibi inſcriptum, æqualem fore exceſſui conicoidis primi ſupra conum ſibi inſcriptum, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales. Cumque hic poſterior exceſſus ſit ex propoſit. 3. (ad cuius normam, quod dictum eſt probabitur,) æqualis tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales exceſſui ſphæræ portionis ſupra conum ſibi inſcriptum. Patet omnes tres dictos exceſſus fore æquales tam ſecundum totnm, quam ſecundum partes proportionales. Et conſequenter, etiam exceſſus conicoidis ſecundi ſupra conum ſibi inſcriptum, centrum grauitatis erit in medio B D.

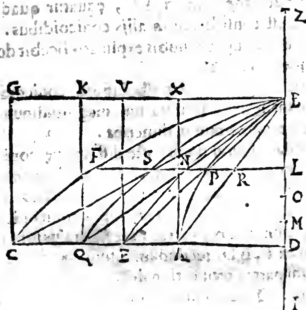
PROPOSITIO XI.

Basis conicoidis ſecundi, ad baſim conicoidis primi, eſt vt compoſita ex ſuo axi, & diametro tranſuerſa, ad diametrum tranſuerſam.

SIt conicoidis ſecundi diameter tranſuerſa F B, quæ ex Souero in propoſit. 28. citata, erit æqualis B I, diametro ſphæræ. Dico baſim ad baſim, nempe quadratum Q D, ad quadratum D E, eſſe vt D F, ad F B. Nam quadrato Q D, eſt æquale quadratum A D, cum duobus quadratis D B. Et quadrato E D, eſt æquale quadratum A B; nempe



pe rectangulum IBD, seù rectangulum FBD. Pariter quadrato AD, & duobus quadratis DB, est æquale rectangulum FDB. Ergo quadratum QD, erit ad quadratum ED, vt rectangulum FDB, ad rectangulum FBD. Nempe (propter eandem altitudinem DB) vt DF, ad FB. Quod &c.



nesim horum solidorum, quæ talis est, vt basibus ipsorum semper addantur armillæ circulares ęquales, & sic alijs basibus conicoideorum ad verticem, quæ correspondeant quadratis ipsorum axium. V. g. in conicoide primo ex EBD, circulo ex radio AD, superadditur armilla ex EA, cuius differentię quadratorum ED, DA, ęquatur quadratum BD: & pariter circulo ex PL, additur armilla ex NP, cuius differentię quadratorum NL, LP, ęquatur quadratum BL. Sic in conicoide secundo circulo radij ED, superadditur armilla ex QE, cuius differentię

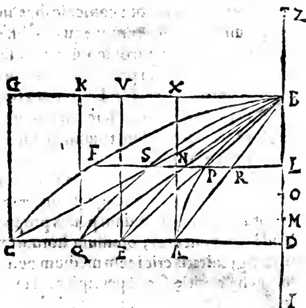
quadratorum QD, DE, ęquatur quadratum idèm DB. Sic rectangulum ex SN, ęquatur quadrato BL. Sic est considerare in alijs conicoidibus. Ex quibus, & ex supra à nobis explicatis licebit deducere sequentes notitias.

Prima. Quod omnia ista infinita conicoidea constituunt seriem infinitarum magnitudinum in continua proportione arithmetica.

Secunda. Quod omnes istę differentię conicoideorum non modò sunt ęquales secundum totum, verùm etiam secundum partes proportionales. V. g. excessus conicoidis ex CBD, supra conicoides ex QBD, non modò ęquatur excessui huius supra conicoides ex E, BD, secundum totum, verùm etiam secundum partes proportionales.

Tertia. Quod omnium horum excessuum centrum grauitatis ita secabit BD, vt pars ad B, sit tripla partis ad D. Veluti secabitur v. g. LD, à centro grauitatis partium proportionalium horum excessuum, sicuti secatur à centro grauitatis frusti conici, cuius coni axis sit BD.

Quarta. Quod etiam excessus cuiuscunque conicoidis supra portionem sphęrę, vel cuiusque portionis huius excessus centra grauitatis diuidunt BD, LD, in ratione prędicta. Nimirum, centrum grauitatis excessus conicoidis ex CBD, supra portionem sphęræ ex ABD, diuidit BD, vt pars ad B, sit tripla partis ad D: Et sic diuidetur LD, à centro grauitatis partis excessus ex CFPA, sicuti diuide-



uideretur à centro grauitatis frusti conici ex trapezio ARLD.

Quinta. Quod dictis conicoidibus circumscriptis cylindris; excessus maioris supra proximum minorem, erit triplus differentię correspondentium conicoideorum. V. g. tubus cylindricus ex GQ, circa BD, triplus erit differentię conicoideorum ex CBD, QDB.

Sexta. Quod etiam tubus cylindricus correspondens excessui cuiuscunque conicoidis supra sphęrę portionem, erit dicti excessus triplus. V. g. tubus cylin-

cylindricus ex G A, triplus erit excessus ex CFBA.

Septima. Quod in omnibus conicoidibus inscriptis conis, eorum differentię erunt ęquales differentijs correspondentium conicoideorum tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. V. g. excessus conicoidis ex CBD, supra conicoides ex QSBD, erit ęqualis differentię conorum ex CBD, QBD, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

Octaua. Quod omnes excessus conicoideorum supra conos sibi inscriptos erunt ęquales inter se, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Vndè consequenter, omnium horum excessuum centrum grauitatis erit idem medium punctum BD. Omnes hę notitię facilè percipientur ex prius traditis, recteque perceptis. Nunc alia deducentur.

PROPOSITIO XII.

Excessus cuiuscunque conicoidis supra sphæræ portionem est ad ipsam, vt tot trientes axis portionis quotum est ipsum conicoides, ad sextantem axis portionis, vna cum besse reliquæ portionis.

ESto conicoides cuiuscunque numeri illud, quod gignitur ex reuolutione CFBD, circa BD. Dico excessum huius supra portionem esse ad ipsam portionem ex ABD, vt tot trientes BD, quotus est numerus conicoidis, ad sextantem BD, vna

vna cum dimidia DI. V.g. si conicoides sit secundum, vt duo trientes. Si tertius, vt tres trientes, & sic in infinitum. Excessus namque conicoidis ex CBD, supra portionem, est ad excessum conicoidis ex EBD, supra portionem, vt numerus conicoidis ad vnitatem, vt patet ex vsque modò explicatis: nempe vt tot trientes BD, quotus est numerus conicoidis ad vnicum trientem BD. Excessus conicoidis ex EBD, supra portionem, est ad ipsam ex coroll. 4. proposit. 4. vt triens BD, ad sextantem BD, vna cum besse DI. Quare ex ęquali, erit excessus dictus ad portionem, in ratione prædicta. Quod &c.

SCHOLIVM.

Vt supra explicatum fuit ex Souero, omnia conicoidea, primo excepto, sunt conoidea hyperbolica. Cumque variè ostensum sit à nobis in nostro Miscellaneo Hyperb: esse cylindrum circumscriptum cuilibet conoidi hyperbolico ad ipsum, vt composita ex latere transuerso, & ex axe conoidis, ad dimidium lateris transuersi, vna cum tertia parte axis. Sic etiam erit cylindrus circumscriptus cuilibet conicoidi (semper primo excepto) ad ipsum. Cumque etiam ex Souero, sit diameter transuersa in conicoide secundo æqualis diametro sphæræ: in tertio eius dimidio: in quarta eius trienti: & sic in infinitum: habebimus etiam rationem peculiarem cylindri circumscripti

cuili-

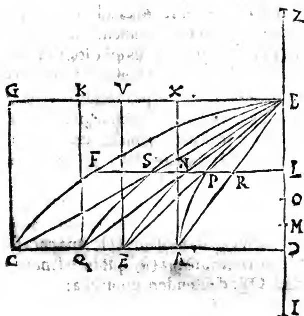
cuilibet conicoidi, ad ipsum. Sed hanc in his conicoidibus particularibus aliter venabimur.

PROPOSITIO XIII.

Cylindrus circumscriptus cuilibet conicoidi à primo, seù primo excepto, est ad ipsum, vt axis reliquæ portionis sphæræ, vna cum tot axibus portionis quotus est numerus conicoidis, ad dimidium axis reliquæ portionis, vna cum sextante axis portionis, & cum triente tot axium reliquæ portionis, quotus est numerus conicoidis.

INtelligamus ex GD, gigni cylindrum circumscriptum conicoidi ex CBD. Dico hunc cylindrum esse ad conicoides in ratione prædicta. Nempe si conicoides sit secundum, vt ID, cum dupla DB, ad bessem DI, cum sextante DB, & cum triente duarum BD. Si conicoides sit tertium, vt DI, cum tribus DB, ad dimidiam DI, cum sextante DB, & cum triente trium DB. Et sic in infinitum.

Nam cylindrus ex GD, est ad cylindrum ex XD, qui est super eadem basi cum portione, vt quadratum CD, ad quadratum AD. Nempe, vt quadratum AD, seù rectangulum IDB, cum tot quadratis DB, quotus est numerus conicoidis, ad quadratum AD, seù ad rectangulum IDB. (Quadratum enim ex CD, diuiditur in quadratum AD, & in tot quadrata DB, quotus est numerus conicoidis.)



dis.) Nempe(propter communem altitudinem D B) vt D I, cum tot D B, quotus eſt numerus conicoidis, ad D I. Cylindrus ex X D, eſt ad portionem ex A B D, ex propoſit. 5. vt D I, ad dimidiam D I, vna cum ſextante D B. Ergo ex æquali, erit cylindrus ex G D, ad portionem, vt I D, cum tot D B, quotus eſt numerus conicoidis, ad beſſem D I, cum ſextante D B.

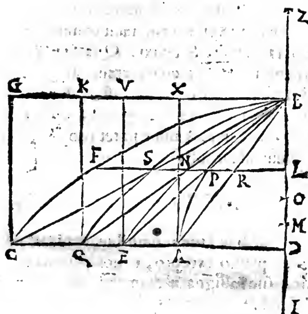
Pariter idem cylindrus ex G D, eſt ad tubum cylindricum ex G A, vt quadratum C D, ad rectangulum ex C A. Nempe vt quadratum A D, ſeu

rectangulum IDB, vna cum tot quadratis DB, quotus est numerus conicoidis, ad tot talia quadrata DB. Nempe (propter communem altitudinem DB) vt DI, cum tot DB, quotus est dictus numerus, ad tot DB. Sed tubus cylindricus ex GA, est triplus excessus conicoidis supra sphæræ portionem, vt deductum fuit in numero sexto schol. proposit. 11. Ergo rursum ex æquali, erit cylindrus ex GD, ad talem excessum, vt DI, cum tot BD, quotus est numerus conicoidis, ad vnam tertiam harum DB. Colligendo ergo ambo consequentia, erit cylindrus ad totum conicoides, vt DI, cum tot DB, quotus est numerus conicoidis, ad dimidiam DI, vna cum sextante DB, & cum triente tot DB, quotus est numerus conicoidis. Quod ostendere oportebat.

SCHOLIVM I.

Ex hac autem ratione à nobis assignata colligitur ratio cylindri circumscripti ad conoides, quam etiam supra assignauimus, vt quisque facilè colliget discurrendo ad normam eorum, quæ nos duobus exemplis trademus. In secundo enim conicoide, quod est primum conoides hyperbolicum, cylindrus est ad conicoides, vt DI, cum dupla DB, ad bessem DI, cum triente duarum DB, & sextante DB. Quia verò IB, ex Souero, est æqualis diametro transuersæ; patet ID, cum dupla DB, facere IB, cum BD. Pariter triens duarum DB, sunt duo tertia DB. Et

vnum



vnum triens cum ſextante BD, facit dimidiam DB, quæ cum dimidia ID, facit dimidiam diametri tranſuerſæ IB. Patet ergo cylindrum eſſe ad conicoides, vt compoſita ex diametro tranſuerſa, & ex axi conicoidis, ad dimidium diametri tranſuerſæ, vna cum triente axis.

In tertio conicoide, eſt cylindrus ad ipſum, vt DI, cum tripla DB, ad dimidiam DI, cum DB, & cum ſextante DB. Nempe vt horum dimidia, ſcilicet dimidia DI, cum ſeſquialtera DB, ad quartam partem DI, cum dimidia DB, & cum eius vna

duodecupla. Dimidia DI, cum dimidia DB, facit dimidiam IB, nempe diametrum transuersam tertij conicoidis, quæ cum DB, facit compositam ex diametro transuersa, & ex axi. Quarta pars DI, cum quarta parte DB, facit quartam partem IB, nempe dimidiam eius dimidiæ, seu lateris transuersi. Quarta verò DB, cum eius duodecupla, facit trientem DB. Quare & nunc patet propositum. Et sic erit discurrere in alijs.

SCHOLIVM II.

Existentibus autem omnibus conicodoidibus ex Souero, primo excepto, conoidibus hyperbolicis, quorum sunt assignatæ diametri transuersæ; & cum in nostro Miscellaneo Hyperbolico variè assignauerimus centra grauitatis omnium Conoideorum Hyperbolicorum: consequenter ex illis rationibus vniuersalibus licet colligere centra grauitatis omnium horum conicoideorum. Sed specialitùs ex dictis elicietur.

PROPOSITIO XIV.

Centrum grauitatis cuiuscunque conicoidis à primo diuidit interceptam inter centrum grauitatis portionis sphæra, & quartam partem axis versus basim, vt pars terminans ad centrum portionis sit ad reliquam, vt tot trientes axis portionis quotus est numerus conicoidis, ad sextan-

tantem axis portionis, vna cum besse axis reliquæ portionis.

ESto quodlibet conicoides à primo, quod fit ex CFBD, & esto L, centrum grauitatis portionis ex ABD, & sit DM, quarta pars DB, vt M, sit centrum grauitatis excessus conicoidis supra portionem. Sit LO, ad OM, vt tot trientes BD, quotus est numerus conicoidis, ad sextantem BD, vna cum dimidia DI. Dico O, esse centrum grauitatis conicoidis. Nam ex proposit. 12. est LO, ad OM, reciprocè, vt excessus conicoidis supra portionem, ad ipsam portionem. Quare erit O, centrum conicoidis.

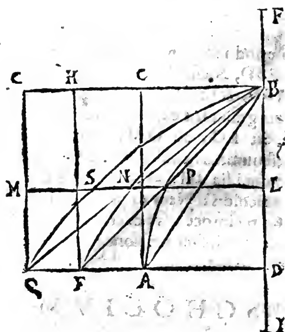
SCHOLIVM.

Sed centrum grauitatis sic inuentum non diuidit aliquam particularem portionem axis, sicuti fiet si non comparemus excessum conicoidis supra portionem ad ipsam, sed excessum conicoidis supra conicoides primum ad ipsum. Pro quo. Sit.

PROPOSITIO XV.

Excessus cuiuscunque conicoidis supra prima, est ad ipsam, vt tot tertiæ axis portionis quotus est numerus conicoidis vna minus, ad dimidium diametri sphæræ.

Esto



ESto quodlibet conicoides, quod fit ex QBD, & esto conicoides primum, quod fit ex EBD. Dico differentiam conicoideorum esse ad conicoides primum, vt tot trientes BD, quotus est numerus conicoidis vno minus, ad bessem BI. Namque conuertendo, differentia conicoideorum est ad tubum cylindricum ex GE, vt triens tot quadratorum DB, quotus est numerus conicoidis vnitate minus, ad tot illa quadrata BD. Tubus cylindricus ex GE, est ad cylindrum ex HD, vt basis ad basim, nempe vt

tot

tot quadrata BD, quotus eſt numerus conicoidis vnitate minus, ad quadrata AD, DB. Cylindrus ex HD, eſt duplus conicoidis primi; nempe eſt ad ipſum, vt quadrata AD, DB, ad horum dimidia. Ex æquali ergo, erit differentia conicoideorum ad conicoides primum, vt triens tot quadratorum BD, quotus eſt numerus conicoidis vnitate minus, ad dimidium quadratorum AD, DB, ſeù rectanguli IBD. Nempe (propter eandem altitudinem BD) vt tot trientes BD, quotus eſt numerus conicoidis vnitate minus, ad dimidiam BI. Quod &c.

PROPOSITIO XVI.

Centrum grauitatis cuiuſcunque conicoidis à primo ſic diuidit duodecimam partem axis ordine quartam à baſi, vt pars verſus verticem ſit ad reliquam, vt tot trientes axis, quotus eſt numerus conicoidis vnitate minus, ad dimidium diametri ſphæræ.

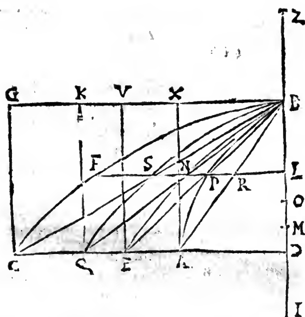
SVpponatur BL, dupla LD, vt L, ſit centrum grauitatis conicoidis primi, ſeù conicoidis parabolici; & pariter ſupponatur BM, tripla MD, vt itidem M, ſit centrum grauitatis differentiæ conicoideorum, quæ fiunt v. g. ex CFB, & EBD. Ergo quorum BD, eſt 12. BL, erit 8. & BM, erit 9. & DM, 3. Ergo talium reliqua LM, erit vnitas, & ordine quarta à baſi. Diuidatur LM, in O, vt LO, ſit ad OM, vt tot trientes BD, quotus eſt nume-

numerus conicoidis vnitate minus, ad bessem BI; nempe ex proposit. anteced. reciprocè, vt differentia conicoideorum, ad conicoides primum. Dico O, esse centrnm grauitatis conicoidis dicti. Res est manifesta.

SCHOLIVM.

Hæc propositio quantum ad conicoides secundum est eadem cum propositione 13. Miscellanei nostri hyperbolici. Conicoidis enim secundi diameter transuersa est IB, ex Souero in proposit. 28. & vt nos explicauimus in proposit. 13. citat. Miscell: centrum grauitatis conoidis hyperbolici sic diuidit duodecimam partem diametri eiusdem ordine quartam à basi, vt pars propinqua basi sit ad reliquam, vt dimidium lateris transuersi conoidis (nempe in casu nostro IB,) ad tertiam partem suæ diametri (nempe DB in casu nostro.) Sed has regulas patebit etiam concordare in alijs conicoidibus, V. g. supponamus conicoides ex CBD, esse tertium. Cuius ex Souero in proposit. 31. diameter transuersa est dimidium IB. In hoc erit, ex regula præsenti, LO, ad OM, vt duæ tertiæ BD, ad dimidiam IB. Nempe ad diametrum transuersam. Nempe vt tertia vna DB, ad dimidium lateris transuersi, iuxta regulam proposit. 13. Miscell. Pariter supponatur conicoides esse quartum, cuius diameter transuersa triens BI,

ex



ex Souero in dicta proposit. 31. In hoc est LO, ad OM, vt tres trientes BD, ad dimidiam BI. Nempe, vt triens BD, ad sextantem BI, seù ad bessem trientis IB, diametri transuersæ conicoidis. Patet ergo has regulas concordare.

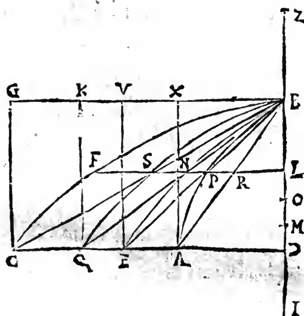
PROPOSITIO XVII.

Centrum grauitatis cuiuscunque conicoidis à primo sic diuidit axem eiusdem, vt pars terminata ad verticem sit ad reliquam, vt quatuor diametri sphæræ, vna cum nouem

tot trientibus axis conicoidis quotus est numerus ipsius vnitate minus, ad duplam diametrum sphæra, vna cum tribus tot trientibus axis, quotus est dictus numerus conicoidis vnitate minus.

V. G. in secundo conicoide erit B O, ad O D, vt quatuor I B, cum nouem trientibus B D, nempe cum tripla B D, ad duplam I B, cum tribus trientibus B D, nempe cum B D. In secundo, vt quatuor I B, cum 18. trientibus D B, nempe cum sextupla D B, ad duplam I B, cum sex trientibus D B, nempe cum dupla D B. Et sic in infinitum. Namque extante ex proposit. antecedent. L O, ad O M, vt tot trientes B D, quotus est numerus conicoidis vnitate minus, ad bessem B I. Erit componendo, L M, ad M O, vt illi tot trientes B D, cum dimidia I B, ad dimidiam I B. Cum verò B D, sit duodecupla L M, erit B D, ad O M, vt 12. tot dicti trientes B D, cum sextupla I B, ad dimidiam I B. Pariter, cum D, sit ad D M, vt 12. ad 3. nempe vt illi 12. tot trientes D B, cum sex I B, ad tria dimidia I B, cum tribus tot trientibus B D. Erit B D, ad D O, simul, vt 12. tot trientes B D, quotus est numerus conicoidis vnitate minus, vna cum sex I B, ad tres tot trientes, vna cum dupla I B. Et diuidendo, erit B O, ad O D, vt 4. I B, cum 9. tot trientibus B D, ad duplam I B, cum tribus tot trientibus, &c.

SCHO-



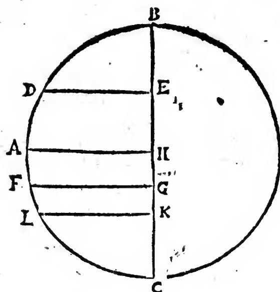
SCHOLIVM.

Hæc regula concordat cum illa, quam tradidimus & in ſchol. propoſit. 13. citat. Miſcell. & in propoſit. 44. eiuſdem : vt quilibet proprio Marte poterit eruere. Omiſſis ergo his, ad alia tranſeamus.

PROPOSITIO XVIII.

Quadratum sagittæ, seù sinus versi arcus maioris graduum 90. vna cum duobus quadratis sinus secundi eius complementi, seù sinus primi eius supplementi, superant tria quadrata sinus totius, duobus rectangulis sub sinu verso eius supplementi, & sub sinu recto eius complementi, & quadrato dicti sinus complementi.

ESto circulus cuius diameter BC, centrum H, sinus totus AH, & alius sinus FG (supponimus lectorem peroptimè callere terminos trigonometricos, quos apud multos videre poteſt, inter quos eſt Caualerius in definitionibus Trigonometriæ planæ.) Dico quadratum GB, vna cum duobus quadratis FG, ſuperare tria quadrata AH, ſeù HB, duobus rectangulis CGH, & quadrato GH. Nam quadratum FG, nempe rectangulum CGB, eſt æquale rectangulo CGH, & rectangulo ſub CG, & HB, ſeù rectangulo HCG. Ergo duo quadrata FG, æquantur duobus rectangulis HCG, & duobus rectangulis CGH. Pariter quadratum BG, eſt æquale quadratis BH, HG, & duobus rectangulis GHB, ſeù duobus rectangulis CHG. Ergo duo quadrata FG, cum quadrato GB, ſunt æqualia duobus rectangulis HCG; duobus rectangulis CHG (quæ faciunt duo quadrata CH, ſeù AH;) duobus rectangulis CGH; quadrato GH,



GH; & quadrato HB (quod cum prioribus duobus quadratis AH, facit tria quadrata AH.) Ergo duo quadrata FG, cum quadrato GB, superabunt tria quadrata AH, duobus rectangulis CGH, cum quadrato HG. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Ex his facilè colligere poterimus, quod quò magis punctum G, acceptum erit remotiùs à B, & propiùs ipsi C, eò magis duo quadrata FG, cum quadrato GB, maiora erunt. Nam quod sumpto puncto E, & ducto sinu recto ED, quò magis punctum

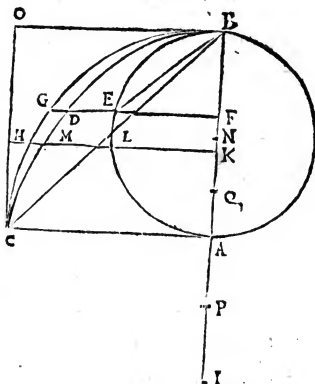
ctum E, sumptum fuerit propius centro H, duo quadrata DE, cum quadrato BE, eò sint maiora, pudet demonstrare. Siquidem magis, magisque centro appropinquando, magis, magisque crescunt tam sinus recti DE, quam sinus versi EB. Sed quando punctum G, sumitur vltrà centrum, in quo casu sinus rectus FG, minuitur magis, magisque, & sinus versus GB, augetur, ità euenire, sic ostendetur. Nam supponamus sumpta esse duo puncta G, K. Cum ergo idem quadratum HC, sit æquale duobus quadratis HG, GC, & duobus rectangulis HGC; & pariter sit æquale duobus quadratis Hk, KC, & duobus rectangulis HkC. Duo quadrata HG, GC, cum duobus rectangulis HGC, erunt æqualia quadratis Hk, kC, & duobus rectangulis HkC. Cumque quadratum GC, maius sit quadrato kC. Vice versa, duo rectangula CkH, cum quadrato Hk, maiora erunt duobus rectangulis CGH, cum quadrato GH. Cumque duo quadrata Lk, cum quadrato kB, superent tria quadrata sinus totius duobus rectangulis CkH, & quadrato HK: & pariter duo quadrata FG, cum quadrato GB, superent eadem tria quadrata sinus totius duobus rectangulis CGH, cum quadrato GH. Sequitur duo quadrata Lk, cum quadrato KB, maiora fore duobus quadratis FG, cum quadrato GB.

SCHO-

SCHOLIVM II.

Supra conſiderauimus infinita ſolida, quæ omnia erant conoidea hyperbolica, primo, & ſecundo exceptis: primum namque erat portio ſphæræ; alterum erat conoides parabolicum. Nunc intelligimus alia ſolida infinita deſcribere, quorum primum, & ſecundum erunt pariter ſphæra, & conoides parabolicum; reliqua verò neſcimus pro nunc, cuius indolis extent. In præſentiarum explicabimus tantum ſecundum; deinceps reliqua. Supponamus ergo non circuli, aut ſphæræ portionem, vt ſupra fecimus, ſed ſphæram integram, cuius diameter B A, & pariter conoides parabolicum ex ſemiparabola C D B A, genita modo ſupra explicato: nempe vt C A, ſit æqualis A B; D F, æqualis E B, chordæ; & ſic de reliquis. In ſolidis ſupra explicatis ad generandum ſolidum tertium, ſeù conicoides ſecundum, cogitabamus F D, ſic produci, ad G, vt quadratum G F, eſſet æquale quadrato E F, & duobus quadratis B F. In quarto, vt eſſet æquale quadrato E F, & tribus quadratis B F. Et ſic in infinitum. In præſenti intelligamus F D, ſic productam ad G, vt quadratum G F, ſit æquale duobus quadratis E F, & quadrato F B: & ſic de alijs parallelis ipſi C A. Sic generabitur ſemifigura C G B A, cuius C A, baſis erit eadem cum baſi ſemiparabolæ. Ex cuius reuolutione circa A B, ſi intelligamus gigni ſolidum

ro-



rotundum, vocabitur à nobis conicoides secundum secundæ speciei, ad distinctionem superiùs explicatorum, quæ dicentur primæ speciei. Huius solidi varias considerabimus passiones.

PRO-

PROPOSITIO XIX.

In figura genitrice supradicti solidi ductis lineis basi parallelis, illa erit maior, quæ basi propior. Basis verò erit omnibus maior. Nempe semifigura erit in alteram partem deficiens.

IN supradicta figura CG^B^A, ducantur lineæ GF, HK, basi CA, parallelæ. Dico Hk, maiorem fore GF: & CA, esse omnibus maiorem. Nam ex generatione semifiguræ, quadratum HK, est æquale duobus quadratis Lk, & quadrato k^B; & quadratum GF, est æquale duobus quadratis EF, & quadrato F^B. Sed ex dictis in schol. 1. proposit. anteced. duo quadrata Lk, cum quadrato k^B, sunt maiora duobus quadratis EF, cum quadrato F^B. Ergo etiam quadratum Hk, erit maius quadrato GF. Et consequenter linea erit maior linea.

Quod verò AC, sit omnibus maior, patet. Quia quadratum A^B, seù CA, excedit duo quadrata Lk, (nempe duo rectangula Ak^B,) cum quadrato k^B, quantitate quadrati KA. Quare patet propositum. Est ergo figura in alteram partem deficiens, & consequenter solidum, quod generabitur ex ipsa.

K PRO-

PROPOSITIO XX.

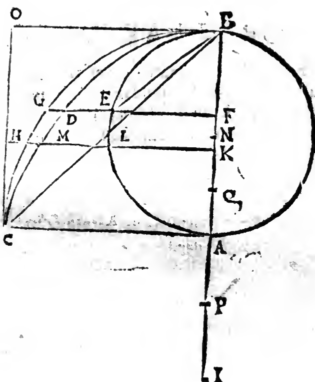
Excessus conicoidis secundi supra conicoides primum, est æqualis sphæræ tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

SVmatur namque arbitrariè punctum F, in B A, & sit G F, parallela C A. Ex genesi solidi quadratum G F, æquatur duobus quadratis E F, & quadrato F B. Sed quadratum D F, æquatur quadratis E F, F B. Ergo excessus quadrati G F, supra quadratum D F, erit æqualis quadrato E F. Quare etiam armilla circularis orta ex reuolutione G D, circa B A, erit æqualis circulo radij E F. Sed punctum F, sumptum est arbitrariè. Ergo facilè concludetur solidum ortum ex reuolutione C G B D C, circa B A, fore æquale sphæræ diametri B A. Et hoc non modò secundum totum, sed etiam secundum partes proportionales. Quod &c.

SCHOLIVM.

Cum ergo prædictæ magnitudines sint æquales tam secundum totum, quam secundum partes proportionales, erunt etiam tam secundum totum, quam secundum partes proportionales magnitudines proportionaliter analogæ. Quare centra grauitatis tam totarum, quam partium proportionalium

seca-



ſecabunt vel B A, vel portiones ipſius correſpondentes, in ijſdem punctis. Ergo poterimus deducere veluti.

COROLLARIVM I.

Centrum grauitatis exceſſus prædicti ſecat B A,

bifariam, quia sic secatur BA, à centro sphæræ.

COROLLARIVM II.

Centrum grauitatis partis excessus v. g. quod gignitur ex parte HBM, quod sit BF, sic diuidit kB, vt BF, sit ad Fk, vt quadrupla Ak, cum KB, ad duplam Ak, cum kB. Pari passu k, centrum grauitatis portionis excessus ex GCD, sic diuidit AF, vt Ak, sit ad kF, vt quadrupla BF, cum FA, ad duplam BF, cum FA. Patet ex proposit. 6. quia sic diuiduntur Bk, FA, ab F, & K, suppositis centris grauitatis portionum ex LBK, EAF.

COROLLARIVM III.

Si BK, sit æqualis KA, & F, sit centrum grauitatis portionis excessus ex HBM, erit BF, ad FK, vt 5. ad 3. Pariter si BF, sit æqualis FA, & K, sit centrum grauitatis portionis excessus ex GCD, erit AK, ad KF, vt 5. ad 3. Nam dictæ portiones sunt proportionaliter analogæ cum hemisphærijs, quorum axes secantur in prædicta ratione à centris grauitatis eorundem.

COROLLARIVM IV.

Centrum grauitatis cuiuscunque segmenti intermedij

medij dicti excessus geniti ex HGDM, habebitur in Fk, ex prop. 8. in qua traditum fuit in quo puncto Fk, sit centrum grauitatis segmenti intermedij sphærici ex LEFk.

CO-

COROLLARIVM V.

Omnia, quæ dicta sunt in antecedentibus corollarijs de excessu conicoidis secundi supra conicoides primum, verificantur etiam de excessu totius conicoidis secundi, supra excessum conicoidis primi supra sphæram; nempe supra solidum genitum ex CDBEA. Nam dictus excessus est duplus sphæræ ex BEA, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

PROPOSITIO XXI.

Centrum grauitatis conicoidis secundi sic diuidit axim, vt pars ad verticem sit ad reliquam vt 5. ad 3.

ESto N, centrum grauitatis solidi ex CGBA, circa BA, reuoluta. Dico esse BN, ad NA, vt 5. ad 3. Nam diuisa BA, bifariam in F, erit F, centrum grauitatis excessus totius conicoidis secundi supra solidum genitum ex CDBEA. Ex coroll. 5. Pariter secetur FA, bifariam in k, vt Bk, sit tripla kA, erit k, centrum grauitatis excessus conicoidis primi ex CDBEA, supra sphæram ex AEB, ex schol. 2. proposit. 1. & ex schol. proposit. 6. Cumque etiam ex hoc sch. sit solidum excessus conicoidis primi supra sphæram duplum sphæræ, & ipsi sphæræ sit probatus æqualis excessus conicoidis secundi supra conicoi-

conicoides primum. Erit hic excessus simul cum sphæra ęqualis excessui conicoidis primi supra sphęram. Si ergo F k, secetur bifariam in N. Erit N, centrum grauitatis totius conicoidis secundi. Ergo quorum B A, erit 8. talium B N, erit 5. & N A, 3. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XXII.

Cylindrus circumscriptus conicoidi secundo, est ad ipsum in ratione sesquialtera.

NAm ex proposit. 1. cylindrus ex O A, est ad excessum conicoidis primi supra sphęram in ratione tripla. Cumque hic excessus, vt statim probatum fuit, sit ęqualis excessui conicoidis secundi supra ipsum. Erit cylindrus ad totum solidum, vt 3. ad 2. Quod &c.

SCHOLIVM.

Vt licuit notare ex duabus propositionibus antecedentibus, cylindrus ex O A, est ad conicoides secundum in ea ratione, in qua est cylindrus circumscriptus hemisphęrio, seù hemisphęroidi ad ipsum; & etiam centrum grauitatis dicti conicoidis secat axim B A, in ratione ea, in qua secatur à centro grauitatis hemisphærij, seù hemisphæroides. Forsan ergo tale solidum est hemisphærium, seù hemisphæ-

phæroides. Quod vtique statim ostendetur verum esse si proponatur.

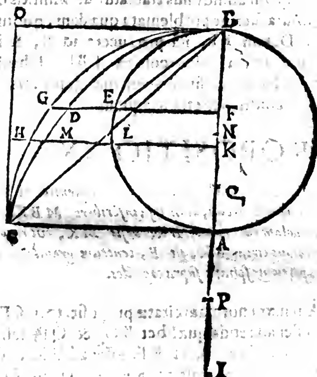
PROPOSITIO XXIII.

C G B A, figura genitrix conicoidis secundi est circuli quadrans.

PRoducatur B A, ad I, vt B A, A I, sint æquales. Quod quadratum C A, sit æquale rectangulo I A B, est luce clarius, quia C A, A B, æquales. Sumatur arbitrariè punctum F, & ducta F G, parallela C A, fiat I P, æqualis B F. Quoniam quadratum G F, est æquale duobus quadratis E F (nempe duobus rectangulis A F B) & quadrato F B: & rectangulum P F B (quia P F, dupla F A) est æquale duobus rectangulis A F B; & pariter rectangulum sub I P, & sub F B, æqualibus, est æquale quadrato B F. Ergo rectangulum I F B, erit æquale quadrato G F. Idem probabitur de omnibus alijs. Ergo C G B A, erit circuli quadrans. Quod &c.

SCHOLIVM.

Licuit ergo notare ex antecedentibus, quod si in C G B A, circuli quadrante inscribatur semiparabola, cuius basis C A, axis A B, & super axi B A, fiat semicirculus B E A, & hæc omnia rotentur circa B A: licuit inquam notare, excessum hemisphærij supra



pra conoides parabolicum, esse magnitudinem proportionaliter analogam cum sphæra. Cumque sphęra in nostris operibus antea elaboratis, probata fuerit proportionaliter analoga cum multis, & diuersis magnitudinibus: patet cum his esse quoque proportionaliter analogum excessum prædictum hemisphęrij supra conoides parabolicum. Præcipuè cum in

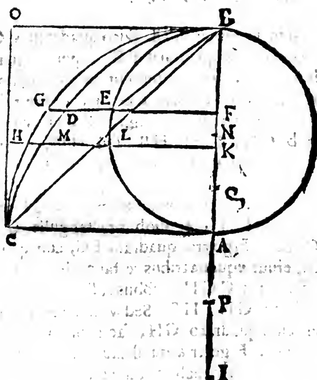
constructione quorundam problematum geometricorum, quam addidimus tractatui de infinitis cochleis, soluta fuerint problemata quædam, quorum 17. est. Datam KF, ità producere ad B, & inuenire portionem minorem ex LBk, sphæræ, vel sphęroidis, vt F, sit eius centrum grauitatis: ex hoc fas erit construere etiam sequens.

PROPOSITIO XXIV.

Datam KF, ita producere ad B, & inuenire HBK, semiportionem circuli, ac in ipsa inscribere MBK, semiparabolam cuius axis BK, basis MK, vt reuolutis omnibus circa BK, sit F, centrum grauitatis excessus portionis sphæræ supra conoides.

NAm iuxta normam citatæ proposit. 17. ipsi FK, esset addenda quælibet KQ, & QF, taliter esset producenda ad B, vt KF, esset ad FB, vt dupla QK, cum sesquialtera KB, ad quadruplam QK, cum dupla sesquialtera KB: & ipsius QB, facienda esset dupla AB, ac à puncto k, esset erigenda normalis KL, ac media proportionalis inter Bk, kA, essetque producenda ad M, vt quadratum Mk, sit æquale quadratis Lk, KB: & centro A, interuallo AB, esset ducendus circuli quadrans CHBA; & kM, esset producenda ad H. Sic inuenta erit semiportio circuli HBk, & semiparabola MBk, quæ perficient quæsitum. Demonstratio

peta-



petatur ex citata proposit. 17. Ad ipsius namque normam erit discurrendum.

PROPOSITIO XXV.

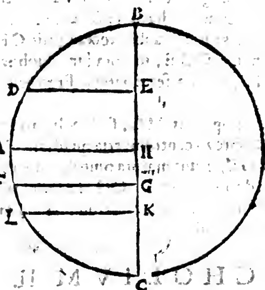
Quadratum sagittæ, vna cum tribus quadratis sinus, vt in proposit. 18. superant quatuor quadrata sinus totius,

duobus rectangulis sub sinu verso eius supplementi, & sub sinu recto eius complementi.

ESto vt in proposit. 18. Dico quadratum GB, cum tribus quadratis FG, superare quatuor quadrata AH, quantitate duorum rectangulorum CGH. Nam quadratum FG, seù rectangulum CGB, cum sit æquale rectangulo CGH, & rectangulo sub CG, & sub HB, seù HC, ergo tria quadrata FG, seù tria rectangula CGB, erunt æqualia tribus rectangulis CGH, & tribus rectangulis HCG. Pariter quadratum BG, est æquale quadratis BH, HG, & duobus rectangulis GHB, seù CHG. Ergo tria quadrata FG, cum quadrato GB, erunt æqualia tribus rectangulis HCG, tribus rectangulis CGH; duobus rectangulis CHG; & quadratis GH, HB. Sed vnum rectangulum CGH, cum quadrato GH, facit vnum rectangulum CHG. Ergo tria quadrata FG, cum quadrato GB, erunt æqualia tribus rectangulis HCG; & tribus rectangulis CHG (quæ faciunt tria quadrata CH, seù AH;) duobus rectangulis CGH; & quadrato HB. Quare superabunt quatuor quadrata AH, duobus rectangulis CGH. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM I.

Ex his facilè colligere poterimus, quod diuisa HC,



HC, bifariam in G, quò magis erit acceptum aliquod punctum in BG, remotius à B, sed non vltra G, eò magis tria quadrata sinus recti cum quadrato sinus versi erunt maiora. Sumpto namque puncto E, & ducto sinu recto ED, quò magis DE, erit propior sinui toto AH, eò maiora esse tria quadrata DE, cum quadrato EB, patet manifestissimè. Sed quandò punctum sumitur vltrà centrum, hoc est demonstrandum. Supponamus enim E, esse centrum, CE, sectam bifariam in k, & ductos fore duos sinus rectos AH, FG. Erunt tria quadrata FG, cum quadrato GB, ex præsenti propositione, maiora quatuor quadratis sinus totius quantitate

duo-

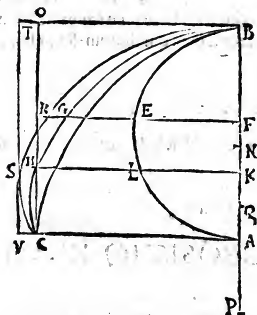
duorum rectangulorum CGE. Pariter tria quadrata AH, cum quadrato HB, excedent quatuor quadrata sinus totius duobus rectangulis CHE. At duo rectangula CGE, maiora sunt duobus rectangulis CHE, vt manifestè patet. Ergo etiam liquet propositum.

At si intelligamus HC, sectam bifariam in G, & H, esse circuli centrum: tria quadrata FG, cum quadrato GB, erunt maiora omnibus ducibilium. Siquidem duo rectangula CGH, sunt maiora omnibus rectangulis, quæ ex sectione HC, in puncto quolibet oriri possunt.

SCHOLIVM II.

His explicatis continuanda est productio conicoideorum secundæ speciei, vt explicatum fuit in schol. 2. proposit. 18. ad conicoides tertium. Intelligamus FG, KH, & alias parallelas CA, produci ad R, & S, vt quadratum RF, sit æquale tribus quadratis EF, cum quadrato FB: & quadratum SK, æquale esse tribus quadratis Lk, cum quadrato kB. Idem intelligatur de cæteris; & pariter intelligatur semifigura CSBA, quæ rotata circa BA, generabit solidum, quod nobis erit dictum conicoides tertium. Huius semifiguræ CSBA, erit eadem basis CA. Passiones huius tertij conicoidis pro nunc explicandæ sunt.

PRO-



PROPOSITIO XXVI.

In figura genitrice supradicti solidi ductis lineis basi parallelis, illa erit maior, quæ propior puncto abscindenti quartam partem axis versus basim; quæ erit omnium maxima.

Diuidatur BA, bifariam in N, & rursum NA, bifariam in Q, & sint ductæ duæ kS, FR, CA, parallelæ. Dico Sk, maiorem esse RF. Patet ex generatione figuræ explicata in schol. 2. proposit.

posit. anteced. Si verò BA, supponatur secta bifariam in F, & FA, bifariam in k. Dico kS, esse omnium maximam. Patet itidem ex schol. 2. proposit. antecedent. quia quadratum Sk, est omnium maximum.

SCHOLIVM.

Semifigura ergo SRBK, erit deficiens ad partem B, & kSCA, erit deficiens ad partem CA. Idem intelligendum venit de solidis ex dictis segmentis figuræ genitis.

PROPOSITIO XXVII.

Excessus conicoidis tertij supra conicoides secundum, æquatur sphæræ tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

PRobabitur ad similitudinem proposit. 20. Nam eodem modo probabitur ex solidi genesi, excessum quadrati RF, supra quadratum GF, æquari quadrato EF. Et sic de Reliquis.

COROLLARIVM.

Ergo quæcunque deducta fuere in corollarijs proposit. 20. deducentur etiam in præsenti: & vltra, omnia hæc posse etiam deduci de magnitudine composita

posita ex sphæra, & ex excessu conicoidis tertij supra conicoides primum.

PROPOSITIO XXVIII.

Centrum conicoidis tertij sic diuidit axim, vt pars ad verticem sit ad reliquam, vt 3. ad 2.

Sit tale centrum N. Dico esse BN, ad NA, vt 3. ad 2. Nam sectis BA, bifariam in F, & FA, in Q; F, erit centrum grauitatis ex coroll. anteced. magnitudinis compositæ ex sphæra, & ex excessu co-

 nicoi-

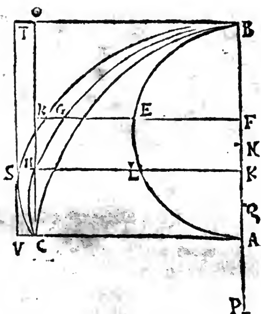
nicoidis tertij supra conicoides primum; & Q, erit centrum grauitatis excessus conicoidis primi supra sphæram. Fiat FN, ad NQ. vt 2. ad 3. nempe reciprocè, vt excessus conicoidis primi supra sphæram, ad excessum conicoidis tertij supra ipsum. Erit N, centrum grauitatis totius solidi. Cum autem sit FN, ad NQ, vt 2. ad 3. Erit componendo FQ, ad QN, vt 5. ad 3. Et BA, quadrupla FQ, ad ipsam NQ, vt 20. ad 3. Sed ad QA, vt 20. ad 5. Ergo ad NA, vt 20. ad 8. Et diuidendo, erit BN, ad NA, vt 12. ad 8. nempe vt 3. ad 2. Quod &c.

PROPOSITIO XXIX.

Cylindrus circumscriptus conicoidi tertio, est ad ipsum, vt 27. ad 20.

IPsi enim circumscripto cylindro ex rectangulo TA, hic erit ad cylindrum ex rectangulo OA, circumscriptum secundo conicoidi, ex CHBA, vt quadratum VA, seù Sk, ad quadratum CA. Cylindrus ex OA, est ad ipsum conicoides vt 6. ad 5. Nam erat ad conicoides secundum ex proposit. 22. in ratione sesquialtera; nempe vt 6. ad 4. Et conicoides tertium superaddit conicoidi secundo eius quartam partem; nempe magnitudinem sphæræ æqualem. Ergo ex æquali, est cylindrus ex TA, ad ipsum conicoides tertium vt quadratum Sk, ad quinque sextas quadrati BA. Sed quadratum SK, est æquale

tribus



tribus quadratis L K, & quadrato k B: nempe 18. illorum, quorum quadratum B A, eſt 16. Ergo erit cylindrus ad ſolidum vt 18. ad quinque ſextantes 16. Nempe vt 27. ad 20. Quod &c.

PROPOSITIO XXX.

Semifigura genitrix conicoidis tertij eſt ſemiportio maior ellipſis, cuius ſemiaxes coniugati, minor, tres quadrantes axis, & maior, maxima ducibilium.

M 2 Dico

ctangulo C A D. Ergo duo rectangula B D A, erunt æqualia duobus rectangulis C D A, & quatuor rectangulis C A D. Sed vnum rectangulum C A D, diuiditur in vnum C D A, & in vnum quadratum A D. Ergo duo rectangula B D A, superant quadratum A D, tribus rectangulis C D A, & tribus rectangulis C A D. Sed hæc sunt minora tribus quadratis A C. Ergo patet propositum.

Rursum accipiatur punctum E, inter C, B. Rectangulum B E A, diuiditur in rectangulum B E C, & in rectangulum sub B E, C A. Ergo duo rectangula B E A, erunt æqualia duobus rectangulis B E C, & duobus rectangulis sub B E, C A. Sed duobus rectangulis sub B E, C A, est æquale rectangulum C B E, quia C B, dupla A C. Ergo duo rectangula B E A, erunt æqualia duobus rectangulis C E B, & rectangulo C B E. Versa vice, quadratum A E, æquatur quadratis A C, C E, & duobus rectangulis E C A, quæ duo rectangula sunt maiora vno rectangulo C E B; quia dupla C A, maior E B, cum æqualis C B. Ergo si tam à quadrato A E, quam à duobus rectangulis C E B, cum rectangulo C B E, auferantur duo rectangula E C A; residuum duorum rectangulorum C E B, & rectanguli C B E, minus erit rectangulis C E B, C B E. Quòd rursus, si auferatur quadratum C E. Hoc residuum multò minus erit rectangulis C E B, C B E. Ergo minus absolutissimè quadrato C B; nempe quatuor quadratis A C. Si ergo ab hoc residuo dematur quadratum A C.

Quod



Quod remanebit erit pluribus de causis minus triplo quadrati AC. Quare patet in omnibus, & per omnia propositum.

SCHOLIVM.

Insimul ex progressu demonstrationis notare licuit, talem excessum duorum rectangulorum vsque ad punctum C, augeri, quò magis punctum sumitur propiùs ipsi C, & remotiùs ab A. Cum enim duo rectangula BDA, superent quadratum AD, tribus rectangulis CDA, & tribus rectangulis CAD: patet hæc sex rectangula semper augeri vsque ad punctum C. E contra verò vltra punctum C, magis masque minui, quò magis elongamur à puncto C. Nam duo rectangula BEA, quandò superant quadratum AE, (non enim semper ipsum superant, vt patebit) excessus minor est rectangulis CBE, CEB; quæ vtique patent minui, quò magis accedimus ad punctum B.

Diximus autem non semper illa duo rectangula BEA, maiora fore quadrato AE. Quia hoc solum verum est, quando punctum E, sic sumitur, vt BE, sit maior tertia parte BA. Quandò enim BE, est

vna

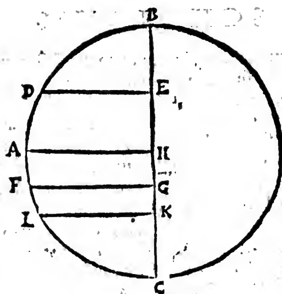
vna tertia BA; tunc duo rectangula BEA, ęqualia sunt quadrato AE. Quandò verò BE, minor est triente BA; tunc illa duo rectangula minora sunt quadrato AE; & hoc eò magis, quò propiùs punctum E, erit ipsi B.

PROPOSITIO XXXII.

Quadratum sagittæ, vna cum quatuor quadratis, vt in proposit. 18. & 25. superant quinque quadrata sinus totius, duobus rectangulis sub sinu verso eius supplementi, & sub sinu recto eius complementi, minus quadrato dicti sinus recti complementi.

Sint eadem, vt in citatis proposi. Dico quadratum GB, cum quatuor quadratis GF, superare quinque quadrata sinus totius AH; duobus rectangulis CGH, minus quadrato HG. Cum enim quadratum FG, sit æquale rectangulo CGB; nempe rectangulo CGH, & rectangulo sub CG, HB; nempe rectangulo HCG. Ergo quatuor quadrata FG, erunt æqualia quatuor rectangulis HCG, & quatuor rectangulis CGH. Pariter quadratum BG, æquatur quadratis BH, HG, & duobus rectangulis BHG; nempe CHG; nempe duobus rectangulis CGH, & duobus quadratis GH. Ergo quatuor quadrata FG, cum quadrato BG, æquabuntur quatuor rectangulis HCG; sex rectangulis HGC; quadrato BH; & tribus quadra-

tis



tis HG. Item quatuor quadrata AH, seu HC; diuiduntur in quatuor rectangula HCG; in quatuor rectangula CGH, & in quatuor quadrata GH. Si ergo tam à quinque quadratis AH, quam à quatuor quadratis FG, cum quadrato BG, auferantur partes communes, remanebunt ex vna parte duo rectangula CGH, & ex alia quadratum GH. Et quatuor quadrata FG, cum quadrato GB, excedent quinque quadrata AH, quantitate excessus duorum rectangulorum CGH, super quadrato HG. Quod &c.

SCHOLIVM.

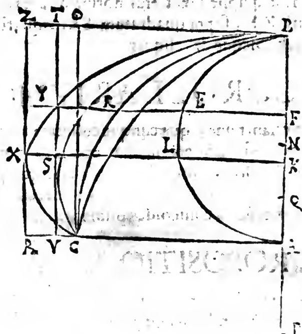
Diximus autem quatuor quadrata FG, cum quadrato GB, superare quinque quadrata AH, quod verificatur quandò duo rectangula CGH; maiora sunt quadrato HG. Quod quandò accedat, explicatum fuit in schol. proposit. anteced. Continuetur ergo productio nostrorum conicodeorum ad quartum. Pro quo intelligamus KS, FR, produci sic ad X, & Y, vt quadratum Xk, æquetur quatuor quadratis Lk, & quadrato kB. Item quadratum YF, æquari quatuor quadratis EF, & quadrato BF. Et sic intelligatur de alijs parallelis CA. Ad modum autem superiorum intellecta semifigura CXBA, & quidem rotata circa BA, generabit nobis conicoides quartum, cuius basis radius erit eadem CA.

PROPOSITIO XXXIII.

In supradicta figura, parallelarum basi ea est maior, quæ propior puncto abscindenti trientem axis versus basim, quæ erit omnium maxima.

Diuidatur BA, bifariam in N, & NA, sic in Q, vt NQ, sit vna tertia NA (sic enim etiam AQ, erit triens totius AB.) Dico quod ductis kX, YF, parallelis CA: erit Xk, maior YF.

Pa-



Patet ex supra traditis. Item supponatur B A, secta bifariam in F, & F A, sic in k, vt F K, sit vna tertia F A. Dico X K. esse omnium maximam. Cuius probatio petatur ex superioribus.

PROPOSITIO XXXIV.

Excessus conicoidis quarti supra conicoides tertium æquatur sphæra tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

PRobabitur ad similitudinem proposit. 20. Constabit quippè iuxta eius normam, excessum quadrati XK, supra quadratum Sk, æquari quadrato Lk. Sicque de reliquis.

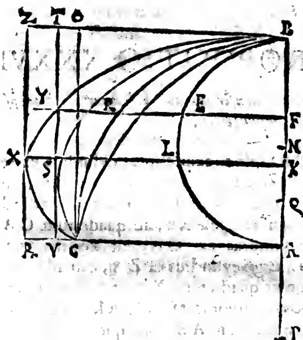
COROLLARIVM.

Ergo etiam nunc, quæcunque collecta fuerunt in coroll. proposit. 20. emanabunt etiam ex præsenti proposit. Et vltra, omnia hæc verificari quoque de quantitate composita ex sphæra, & ex excessu conicoidis quarti supra conicoides primum.

PROPOSITIO XXXV.

Centrum conicoidis quarti sic diuidit axim, vt pars ad verticem sit ad reliquam vt 7. ad 5.

ESto tale centrum N. Dico esse BN, ad NA, vt 7. ad 5. sectis enim BA, bifariam in F, & FA, in Q; F, erit centrum grauitatis excessus conicoidis quarti supra excessum conicoidis primi supra sphæram: nempe magnitudinis compositæ ex excessu conicoidis quarti supra conicoides primum, & ex sphæra. Pariter Q, erit centrum grauitatis excessus conicoidis primi supra sphæram. Quæ omnia patent ex dictis. Sicuti facilè patebit, dictum excessum conicoidis quarti supra excessum conicoidis primi supra sphæram, esse huius secundi excessus duplum.



plum. Nam ille eſt quadruplus ſphæræ; hic verò duplus. Sit FN, beſſis NQ. Ergo erit reciprocè FN, ad NQ, vt exceſſus conicoidis primi ſupra ſphæram, ad exceſſum conicoidis quarti ſupra ipſum. Quare N, centrum conicoidis quarti. Quare cum ſit FN, ad NQ, vt 1. ad 2. erit componendo, FQ, ad QN, vt 3. ad 2. Ergo BA, quadrupla FQ, erit ad NQ, vt 12. ad 2. Sed ad QA, vt 12. ad 3. quia eius quadrupla. Ergo ad NA, vt 12. ad

DIco C S B A, ſemifiguram eſſe ſemiportionem maiorem ellipſis, cuius coniugati ſemiaxes, minor, B K, tres quadrantes B A, & maior k S. Quod enim k S, ſit maior B k, eſt manifeſtiſſimum; quippè exiſtente etiam maiori C A, ſeù A B. Producatur B A, in P, vt B k, K P, ſint æquales. Quod quadratum C A, ſit ad quadratum S k, vt rectangulum P A B, ad rectangulum P k B, eſt facilè probatu. Nam quorum B A, eſt 4. A P, eſt 2. & rectangulum P A B, 8. Eodem modo rectangulum P k B, talium eſt 9. Ergo rectangulum P A B, ſe habebit ad rectangulum P k B, vt 8. ad 9. Pariter, talium quadratum C A, eſt 16. Et quadratum S k, (quia æquale tribus quadratis L k, ſeù tribus rectangulis A k B, quæ talium ſunt 9. & quadrato K B, quod pariter eſt 9.) erit quadratum C A, ad quadratum S k, vt 16. ad 18. Sed vt 16. ad 18. ſic 8. ad 9. Ergo vt rectangulum P A B, ad rectangulum P k B, ſic quadratum C A, ad quadratum S k.

Sed ſumatur arbitrariè punctum F, per quod ducatur F R. Quadratum R F, eſt æquale tribus quadratis E F, ſeù tribus rectangulis A F B, & quadrato F B. Hoc cum vno rectangulo A F B. eſt æquale vni rectangulo A B F; cuius dimidium eſt rectangulum ſub P A, & ſub F B. Quod cum vno rectangulo A F B, facit rectangulum P F B. Ergo vnum quadratum R F, erit æquale duobus rectangulis P F B. Eodem modò patet quadratum C A, duplum fore rectanguli P A B. Ergo vt quadratum R F, ad rectan-

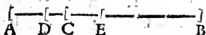
rectangulum PFB, ſic quadratum CA, ad rectangulum PAB. Et permutando, erit quadratum ad quadratum, vt rectangulum ad rectangulum. Ergo CSBA, eſt ſemiportio maior ſemiellipſis &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

Ex progreſſu autem demonſtrationis habetur, non modò Sk, kB, eſſe ſemiaxes, ſed talis naturæ & proportionis, vt quadratum Sk, ſemiaxis maioris, ſit duplum quadrati BK, ſemiaxis minoris.

PROPOSITIO XXXI.

Si AB, ſic ſecetur in C, vt AC, ſit dimidia CB, duo rectangula BCA, ſuperabunt quadratum AC, maiori quantitate, quam in quocunque alio puncto fiat ſectio.



NAm quoniam BC, eſt dupla CA, duo rectangula BCA, erunt æqualia quatuor quadratis AC. Ergo ſuperant quadratum AC, tribus quadratis AC. Sumatur punctum D, inter A, C. Rectangulum BDA, eſt æquale rectangulo CDA, & rectangulo ſub BC, in DA: nempe duplo re-

ctan-

ctangulo CAD. Ergo duo rectangula BDA, erunt æqualia duobus rectangulis CDA, & quatuor rectangulis CAD. Sed vnum rectangulum CAD, diuiditur in vnum CDA, & in vnum quadratum AD. Ergo duo rectangula BDA, superant quadratum AD, tribus rectangulis CDA, & tribus rectangulis CAD. Sed hæc sunt minora tribus quadratis AC. Ergo patet propositum.

Rursum accipiatur punctum E, inter C, B. Rectangulum BEA, diuiditur in rectangulum BEC, & in rectangulum sub BE, CA. Ergo duo rectangula BEA, erunt æqualia duobus rectangulis BEC, & duobus rectangulis sub BE, CA. Sed duobus rectangulis sub BE, CA, est æquale rectangulum CBE, quia CB, dupla AC. Ergo duo rectangula BEA, erunt æqualia duobus rectangulis CEB, & rectangulo CBE. Versa vice, quadratum AE, æquatur quadratis AC, CE, & duobus rectangulis ECA, quæ duo rectangula sunt maiora vno rectangulo CEB; quia dupla CA, maior EB, cum æqualis CB. Ergo si tam à quadrato AE, quam à duobus rectangulis CEB, cum rectangulo CBE, auferantur duo rectangula ECA; residuum duorum rectangulorum CEB, & rectanguli CBE, minus erit rectangulis CEB, CBE. Quòd rursus, si auferatur quadratum CE. Hoc residuum multò minus erit rectangulis CEB, CBE. Ergo minus absolutissimè quadrato CB; nempe quatuor quadratis AC. Si ergo ab hoc residuo dematur quadratum AC.

Quod



Quod remanebit erit pluribus de causis minus triplo quadrati A C. Quare patet in omnibus, & per omnia propositum.

SCHOLIVM.

Insimul ex progressu demonstrationis notare licuit, talem excessum duorum rectangulorum vsque ad punctum C, augeri, quò magis punctum sumitur propiùs ipsi C, & remotiùs ab A. Cum enim duo rectangula B D A, superent quadratum A D, tribus rectangulis C D A, & tribus rectangulis C A D: patet hæc sex rectangula semper augeri vsque ad punctum C. E contra verò vltra punctum C, magis masque minui, quò magis elongamur à puncto C. Nam duo rectangula B E A, quandò superant quadratum A E, (non enim semper ipsum superant, vt patebit) excessus minor est rectangulis CBE, CEB; quæ vtique patent minui, quò magis accedimus ad punctum B.

Diximus autem non semper illa duo rectangula B E A, maiora fore quadrato A E. Quia hoc solum verum est, quando punctum E, sic sumitur, vt B E, sit maior tertia parte B A. Quandò enim B E, est

vna

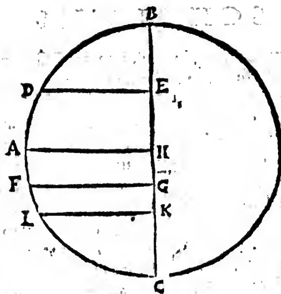
vna tertia BA; tunc duo rectangula BEA, ęqualia sunt quadrato AE. Quandò verò BE, minor est triente BA; tunc illa duo rectangula minora sunt quadrato AE; & hoc eò magis, quò propiùs punctum E, erit ipsi B.

PROPOSITIO XXXII.

Quadratum sagittæ, vna cum quatuor quadratis, vt in proposit. 18. & 25. superant quinque quadrata sinus totius, duobus rectangulis sub sinu verso eius supplementi, & sub sinu recto eius complementi, minus quadrato dicti sinus recti complementi.

SInt eadem, vt in citatis proposi. Dico quadratum GB, cum quatuor quadratis GF, superare quinque quadrata sinus totius AH, duobus rectangulis CGH, minus quadrato HG. Cum enim quadratum FG, sit æquale rectangulo CGB; nempe rectangulo CGH, & rectangulo sub CG, HB; nempe rectangulo HCG. Ergo quatuor quadrata FG, erunt æqualia quatuor rectangulis HCG, & quatuor rectangulis CGH. Pariter quadratum BG, æquatur quadratis BH, HG, & duobus rectangulis BHG; nempe CHG; nempe duobus rectangulis CGH, & duobus quadratis GH. Ergo quatuor quadrata FG, cum quadrato BG, æquabuntur quatuor rectangulis HCG; sex rectangulis HGC; quadrato BH; & tribus quadra-

tis



tis HG. Item quatuor quadrata AH, seù HC; diuiduntur in quatuor rectangula HCG; in quatuor rectangula CGH, & in quatuor quadrata GH. Si ergo tam à quinque quadratis AH, quam à quatuor quadratis FG, cum quadrato BG, auferantur partes communes, remanebunt ex vna parte duo rectangula CGH, & ex alia quadratum GH. Et quatuor quadrata FG, cum quadrato GB, excedent quinque quadrata AH, quantitate excessus duorum rectangulorum CGH, super quadrato HG. Quod &c.

SCHOLIVM.

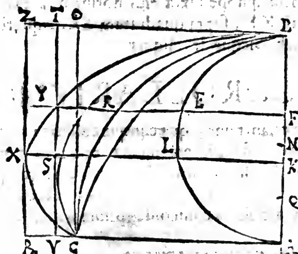
Diximus autem quatuor quadrata FG, cum quadrato GB, superare quinque quadrata AH, quod verificatur quandò duo rectangula CGH; maiora sunt quadrato HG. Quod quandò accedat, explicatum fuit in schol. proposit. anteced. Continuetur ergo productio nostrorum conicodeorum ad quartum. Pro quo intelligamus KS, FR, produci sic ad X, & Y, vt quadratum Xk, æquetur quatuor quadratis Lk, & quadrato kB. Item quadratum YF, æquari quatuor quadratis EF, & quadrato BF. Et sic intelligatur de alijs parallelis CA. Ad modum autem superiorum intellecta semifigura CXBA, & quidem rotata circa BA, generabit nobis conicoides quartum, cuius basis radius erit eadem CA.

PROPOSITIO XXXIII.

In supradicta figura, parallelarum basi ea est maior, quæ propior puncto abscindenti trientem axis versus basim, quæ erit omnium maxima.

Diuidatur BA, bifariam in N, & NA, sic in Q, vt NQ, sit vna tertia NA (sic enim etiam AQ, erit triens totius AB.) Dico quod ductis kX, YF, parallelis CA: erit Xk, maior YF.

Pa-



Patet ex supra traditis. Item supponatur B A, secta bifariam in F, & F A, sic in k, vt F K, sit vna tertia F A. Dico X K. esse omnium maximam. Cuius probatio petatur ex superioribus.

PROPOSITIO XXXIV.

Excessus conicoidis quarti supra conicoides tertium æquatur sphæræ tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

PRobabitur ad similitudinem proposit. 20. Constabit quippè iuxta eius normam, excessum quadrati XK, supra quadratum Sk, æquari quadrato Lk. Sicque de reliquis.

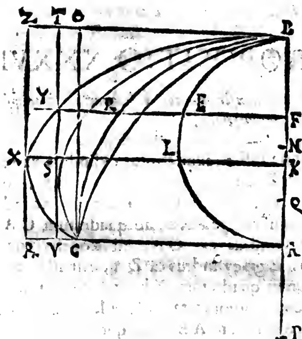
COROLLARIVM.

Ergo etiam nunc, quæcunque collecta fuerunt in coroll. proposit. 20. emanabunt etiam ex præsenti proposit. Et vltra, omnia hæc verificari quoque de quantitate composita ex sphæra, & ex excessu conicoidis quarti supra conicoides primum.

PROPOSITIO XXXV.

Centrum conicoidis quarti sic diuidit axim, vt pars ad verticem sit ad reliquam vt 7. ad 5.

ESto tale centrum N. Dico esse BN, ad NA, vt 7. ad 5. sectis enim BA, bifariam in F, & FA, in Q; F, erit centrum grauitatis excessus conicoidis quarti supra excessum conicoidis primi supra sphæram: nempe magnitudinis compositæ ex excessu conicoidis quarti supra conicoides primum, & ex sphæra. Pariter Q, erit centrum grauitatis excessus conicoidis primi supra sphæram. Quæ omnia patent ex dictis. Sicuti facilè patebit, dictum excessum conicoidis quarti supra excessum conicoidis primi supra sphæram, esse huius secundi excessus duplum.



plum. Nam ille eſt quadruplus ſphæræ; hic verò duplus. Sit FN, beſſis NQ. Ergo erit reciprocè FN, ad NQ, vt exceſſus conicoidis primi ſupra ſphæram, ad exceſſum conicoidis quarti ſupra ipſum. Quare N, centrum conicoidis quarti. Quare cum ſit FN, ad NQ, vt 1. ad 2. erit componendo, FQ, ad QN, vt 3. ad 2. Ergo BA, quadrupla FQ, erit ad NQ, vt 12. ad 2. Sed ad QA, vt 12. ad 3. quia eius quadrupla. Ergo ad NA, vt 12. ad

ad 5. Et diuidendo, BN, ad NA, vt 7. ad 5. Quod &c.

PROPOSITIO XXXVI.

Cylindrus circumscriptus conicoidi quarto, est ad ipsum, in ratione sesquitertia.

SIt enim ipsi circumscriptus cylindrus ex rectangulo ZA, hic erit ad cylindrum ex OA, circumscriptum tam conicoidi primo, quam secundo, vt quadratum RA, seù Xk, ad quadratum CA, seù BA. Cylindrus ex OA, est æqualis conicoidi quarto. Ergo cylindrus ex ZA, erit ad conicoides quartum vt quadratum Xk, ad quadratum AB. Nempe vt quatuor rectangula AkB, cum quadrato kB, ad quadratum AB. Cumque BA, sit in 6. partes diuisa, quarum duæ est ipsa AK; rectangulum AKB, erit talium 8. quorum quadratum AB, 36. Et quatuor rectangula AkB, 32. Et quadratum kB, 16. Quare quatuor rectangula AkB, cum quadrato kB, erunt talium 48. Ergo cylindrus erit ad conicoides vt 48. ad 36. Nempe vt 4. ad 3. Quod &c.

PRO-

PROPOSITIO XXXVII.

Semifigura genitrix conicoidis quarti est semiportio maior Ellipsis, cuius semiaxes coniugati, minor, duæ tertiæ axis, maior, maxima ducibilium.

DIco ergo CXBA, semifiguram esse semiportionem maiorem ellipsis, cuius coniugati semiaxes, minor Bk, duæ tertiæ BA; maior XK. Nam producatur BA, in P, vt Bk, kP, sint æquales. Irgo PA, erit triens AB. Nempe quorum BA, seu AC, erit 3, talium AP, erit 1. Ergo quorum quadratum CA, erit 9. talium rectangulum PAB, erit 3. Ergo quadratum CA, triplum est rectanguli PAB. Sumatur in BA, arbitrariè punctum F, & sit ducta FY, parallela CA. Quadratum YF, æquatur quatuor rectangulis AFB, & quadrato FB, quod cum vno rectangulo AFB, facit rectangulum ABF. Cumqne huius tertia pars sit rectangulum sub AP, & sub FB, quia PA, triens AB; & cum vnum rectangulum AFB, cum rectangulo sub PA, & sub FB, faciat rectangulum PFB. Quadratum YF, erit æquale tribus rectangulis PFB. Quare vt quadratum CA, ad rectangulum PAB, sic quadratum YF, ad rectangulum PFB. Quare & permutando, erit vt quadratum ad quadratum, sic rectangulum ad rectangulum. Quare CXBA, erit semiportio maior ellipsis, vt dictum fuit.

SCHO-

SCHOLIVM.

Etiam nunc ex progressu demonstrationis licet colligere proportionem axium semiellipsis; nempe vt quadratum X k, semiaxis maioris triplum sit quadrati B K, semiaxis minoris.

Vsque modò varia collecta fuerunt particulariter de particularibus conicoidibus huius secundæ speciei, vt melius perciperentur, quæ vniuersaliter de ipsis infinitis concinnaturi sumus.

Intelligere ergo debemus productiones conicoideorum continuari vsque in infinitum, sic vt quadratum ordinatim applicatæ cuiuslibet conicoidis excedat sui partem, quæ est quadratum ordinatim applicatę conicoidis vnitate minoris, rectangulo, quod sit æquale quadrato ordinatim applicatæ in sphæra: ita vt hæ ordinatim applicatæ in dictis solidis secent axim in eodem puncto. Quæ omnia facilè est intelligere ex vsque nunc explicatis. Ex quibus etiam facilè est percipere veritatem sequentis regulæ generalissimæ.

PROPOSITIO XXXVIII.

Excessus cuiuscunque conicoidis supra conicoides vnitate minus, est æqualis sphæræ tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

Nam

NAm exceſſus quadrati Xk, ſupra quadratum Sk, eſt æqualis ſemper quadrato Lk. Quare etiam armilla circularis orta ex reuolutione XS, circa BA, erit æqualis circulo radij Lk. Et ſic de cæteris. Ergo totus exceſſus æqualis ſphæræ.

SCHOLIVM I.

Cum ergo quilibet horum exceſſuum ſit magni-

O tudo

tudo proportionaliter analoga cum sphæra tam secundum totum, quam secundum partes proportionales, licebit colligere centra grauitatis omnium partium prædictorum excessuum eodem fermè modo, quo collecta fuerunt in quinque coroll. proposit. 21. Quæ centra grauitatis non tantum poterunt deduci de segmentis cuiuslibet excessus, sed etiam de pluribus simul coniunctis, ac addictis sphæræ segmentis.

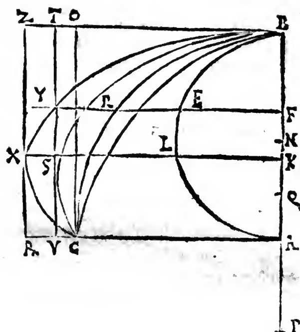
SCHOLIVM II.

Pariter poterimus colligere, omnes differentias inter duos quoslibet proximè conicoides esse æquales; quia omnis æqualis sphæræ. V. g. differentia inter conicoides tertium, & quartum, erit æqualis differentiæ inter conicoides nonum, & decimum. Cumque aliquandò ostensum sit, etiam excessum conoidis parabolici supra conum sibi inscriptum esse æqualem ipsi sphæræ. Etiam hic excessus erit æqualis cuilibet differentiæ conicoideorum. Quodlibet ergo conicoides posterius addit conicoidi priori magnitudinem sphæræ æqualem.

SCHOLIVM III.

Insimul licebit arguere vnum conicoides fore ad quodlibet aliud, vt numerus binario auctus, ad numerum binario auctum. Nam quodlibet conicoides

con-



continet tot differentias, quarum vnaquæque æqualis sphæræ, quotus est numerus ipsius vnitate minutus; continet excessum primi supra sphæram, qui est spæræ duplus, & consequenter cuiuscunque differentię; & continet sphęram ipsam. Quę omnia faciunt magnitudinum sphęrę ęqualium numerum binario auctum. V. g. conicoides quartum continet differentiam inter ipsum, & tertium: inter hoc, & secundum: & inter hoc, & primum: quę faciunt tres

magnitudines sphęrę ęquales. Item continet excessum conoidis supra sphęram, qui est duplus sphęrę; & continet sphęram ipsam. Nempe sex magnitudines sphęrę ęquales. Et sic discurratur de alijs. Ergo conicoides erit ad conicoides in prędicta ratione.

SCHOLIVM IV.

Ex quibus facilè licebit colligere, quodlibet conicoides, dempto ab ipso excessu conicoidis primi supra sphæram, esse ad hunc excessum, vt numerus conicoidis ad binarium. Est namque quodlibet conicoides ad primum, vt numerus binario auctus ad ternarium. Et ad excessum conicoidis primi supra sphæram, vt numerus binario auctus ad binarium. Et diuidendo, vt numerus ad binarium.

PROPOSITIO XXXIX.

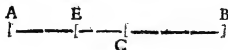
Cylindrus circumscriptus conicoidi primo, erit ad quodlibet conicoides, vt senarium ad numerum conicoidis binario auctum.

EX rectangulo OA, reuoluto circa BA, intelligatur cylindrus, qui erit circumscriptus tam conicoidi primo, quam secundo. Dico hunc esse ad quodlibet conicoides, vt senarium, ad numerum conicoidis binario auctum. Nempe ad primum, vt 6. ad

ad 3. Ad secundum, vt 6. ad 4. Ad tertium, vt 6. ad 5. Et sic in infinitum. Quod enim cylindrus sit ad primum vt 6. ad 3. patet. Quia cum sit conoides parabolicum, erit eius duplus. Nempe vt 6. ad 3. De alijs sic patebit. Cylindrus dictus ad primum conicoides est vt 6. ad 3. nempe ad numerum binario auctum. Conicoides primum est ad quodlibet conicoides, ex schol. 3. anteced. vt numerus binario auctus, ad numerum binario auctum. Ergo ex æquali, erit cylindrus ad quodlibet conicoides, vt senarium ad numerum binario auctum.

PROPOSITIO XL.

Si qualbet recta linea secetur bifariam, & non bifariam. Rectangulum sub inæqualibus totius partibus acceptum secundum quemlibet numerum, vna cum quadrato minoris portionis, minus erit quadrato dimidiæ accepto secundum numerum rectangulorum vnitate auctum: & hoc eò magis, quò punctum fuerit acceptum remotius à puncto bissectionis.



Recta AB, sit secta bifariam in C, & non bifariam in E. Dico, quod tot rectangula BEA,

B E A, quantum volumus, cum vno quadrato A E, erunt minora tot quadratis A C, quotus est numerus rectangulorum vnitate auctus. V. g. quatuor rectangula B E A, cum quadrato A E, erunt minora quinque quadratis A C. Etc. Res est manifestissima. Quia tot rectangula B E A, æquantur tot rectangulis C E A, & tot rectangulis sub B C, A E;



seù tot rectangulis C A E. Hæc autem minora sunt tot quadratis A C, tot quadratis E C. Pariter quadratum A E, minus est quadrato A C, quadrato E C, & duobus rectangulis C E A. Tot ergo rectangula B E A, cum quadrato E A, minora sunt tot quadratis A C, acceptis secundum numerum rectangulorum vnitate auctum, quantitate tot quadratorum E C, quotus est itidem numerus rectangulorum vnitate auctus, & duobus rectangulis C E A. Dico insuper hæc rectangula B E A, cum quadrato A E, eò minus deficere ab illis quadratis A C, quò punctum E, erit propiùs ipsi C. Quod pariter est manifestum; quia quò magis punctum E, accedit ad C, eò magis minuuntur illa quadrata E C, cum illis duobus rectangulis A E C, adeò vt in puncto C, hæc differentia penitùs euanescat.

SCHOLIVM.

Amplius patuit ex progressu demonstrationis quantum sunt minora, nempe tot quadratis EC, lineæ inter sectiones interiectæ quotus est numerus quadratorum dimidiæ, & duobus rectangulis AEC, sub partibus dimidiæ.

PROPOSITIO XLI.

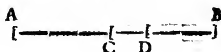
Si quælibet recta linea secetur bifariam, & non bifariam; Differentia inter rectangulum sub inæqualibus totius partibus, cum quadrato maioris, & inter duo quadrata dimidiæ, erunt duo rectangula sub partibus dimidiæ diuisæ, & duo quadrata partis inter sectiones interiectę. Differentia inter duo rectangula sub inęqualibus totius partibus, cum quadrato maioris, & tria quadrata dimidię. Erunt duo dicta rectangula cum vno dictorum quadratarum. Differentia inter tria rectangula cum vno quadrato, & quatuor quadrata, vt prius. Erunt duo dicta rectangula.



Recta linea AB, secta sit bifariam in C, & non bifariam in D. Dico differentiam inter

ter rectangulum BDA, cum quadrato AD, & duo quadrata CB, esse duo rectangula BDC, cum quadrato duplo DC. Differentiam inter duo rectangula ADB, cum quadrato AD, & tria quadrata CB, esse duo rectangula BDC, cum quadrato CD. Differentiam autem inter tria rectangula BDA, cum quadrato AD, & quatuor quadrata CB, esse duo rectangula BDC.

Nam vnum quadratum AD, diuiditur in quadrata AC, CD, & in duo rectangula ACD, seù BCD; quæ postea sunt æqualia duobus rectangulis BDC, & duobus quadratis CD. Si ergo auferatur tam à numero rectangulorum BDA, cum quadrato AD, quam à numero quadratorum CB, vnum quadratum AC, seù CB. Remanebit ex vna parte numerus rectangulorum BDA, cum duobus rectangulis BDC, & cum tribus quadratis CD. Ex alia verò numerus quadratorum CB, vnitate minutus; quæ plana erunt ad inuicem conferenda; & numerus rectangulorum BDA, remanebit æqualis numero quadratorum BC. Cumque rectangulum BDA, sit æquale rectangulis BDC; & BD, AC; seù CBD. Numerus rectangulorum BDA, erit æqualis numero rectangulorum BDC, CBD. Cum autem tot etiam numero quadrata CB, diuidantur in tot numero rectangula CBD; in tot numero rectangula CDB; & in tot numero quadrata CD. Si auferantur partes communes, remanebunt semper duo rectangula BDC: cum duobus quadratis



dratis D C, si rectangulum B D A, est vnum: cum vno quadrato D C, si rectangula B D A, sunt duo: & tantum duo rectangula B D C, si rectangula B D A, sunt tria. Patet ergo propositum.

SCHOLIVM I.

Excessus ergo erit penes rectangula B D A, cum quadrato D A. Hæc namque plana superabunt illa quadrata C B, illis duobus rectangulis B D C, & illis quadratis C D, quando accidet.

Insimul percipiatur, quod quantum punctum D, sumitur remotius à C, & propiùs B, tantum dicta differentia augetur in duobus primis casibus, nempe quando differentia est duo rectangula B D C, cum quadrato duplo D C, & cum vnico quadrato D C. Quandò verò differentia est tantum duo rectangula B D C; tunc dictus excessus augetur magis, magisque, quantum punctum D, sumitur remotiùs à C, & propiùs puncto bissecanti C B, in quo puncto fit rectangulum maximum sub partibus C B, vtcunque sectæ. Quod si punctum D, sumatur vltra punctum bissectionis versus B; tunc illa duo rectangula rursum decrescunt, & hoc eò magis, quò punctum D,

P sumi-

sumitur remotius à puncto bissectionis: ita vt sumptis duobus punctis æque remotis à puncto bissectionis, illa duo rectangula constituentia supradictam differentiam semper sint æqualia alijs duobus. Hæc sunt nimis clara, & scitu facilia.

SCHOLIVM II.

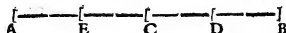
Cum autem in proposit. anteced. ostensum sit vniuersaliter, quod sumpto in A C, quolibet puncto E, semper rectangula tot B E A, quantum libet, cum quadrato A E, sunt minora tot quadratis A C, quotus est acceptus numerus rectangulorum B E A, vnitate auctus; hoc minus, quò punctum E, erit propiùs C. Deducere poterimus, quod in primo, & secundo casu rectangulum, vel rectangula B D A, vel B E A, cum quadrato D A, vel E A, semper augentur, quò magis puncta sumpta in B A, sunt remotiora à B. In tertio autem casu; quando nimirum conferuntur tria rectangula cum vno quadrato, cum quatuor quadratis dimidiæ, auctio fit ab A, vsque ad punctum bissecans C B; vltra quod fit minutio.

PROPOSITIO XLII.

Si qualibet recta linea secetur bifariam, & non bifariam. Differentia inter rectangulum sub inæqualibus totius partibus acceptum secundum numerum non minorem quaternario, vna cum quadrato maioris partis, & inter tot

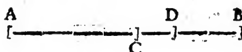
qua-

quadrata dimidiæ quotus est numerus rectangulorum vnitate auctus, erit differentia inter duo rectangula sub partibus dimidiæ, & inter tot quadrata partis dimidiæ interceptæ inter puncta sectionis, quotus est numerus rectangulorum ternario minutus.



Recta A B, sit secta bifariam in C, & non bifariam in D. Dico differentiam inter tot rectangula B D A, quotus est numerus non minor quaternario, vna cum quadrato A D; & inter tot quadrata C B, quotus est numerus rectangulorum vnitate auctus, esse eandem cum differentia inter duo rectangula B D C, & inter tot quadrata D C, quotus est numerus rectangulorum ternario minutus. V. g. differentia inter quatuor rectangula B D A, cum quadrato D A, & inter quinque quadrata C B, erit eadem cum differentia inter duo rectangula B D C, & quadratum D C. Differentia inter quinque rectangula B D A, cum quadrato A D, & inter sex quadrata C B: erit differentia inter duo rectangula B D C, & inter duo quadrata C D. Differentia inter sex rectangula cum vno quadrato, & inter septem quadrata, erit eadem cum differentia inter duo rectangula, & tria quadrata. Et sic in infinitum.

Nam quadratum A D, æquatur quadratis A C,



CD, & duobus rectangulis ACD, seù BCD: quæ sunt æqualia duobus rectangulis BDC, & duobus quadratis CD. Si ergo tam à numero rectangulorum BDA, cum quadrato DA, quam à numero quadratorum BC, auferatur vnum commune quadratum AC, seù CB. Remanebunt conferenda tot rectangula BDA, duo rectangula BDC, & tria quadrata CD, cum tot numero quadratis CB, quotus est numerus rectangulorum BDA. Sed rectangulum BDA, diuiditur in rectangula BDC, & BD, CA; seù CBD; vndè tot rectangula BDA, diuiduntur in tot rectangula BDC, & in tot rectangula CBD. Pariter tot quadrata CB, quotus est numerus rectangulorum BDA, diuiduntur in tot rectangula CBD; in tot rectangula BDC, & in tot quadrata CD. Si ergo auferantur hic inde partes communes, nempe tot rectangula CBD; tot rectangula BDC, & tria quadrata CD. Remanebunt ex parte rectangulorum BDA, & quadrati AD, duo rectangula BDC: ex parte verò quadratorum CB, remanebunt tot quadrata CD, quotus est numerus rectangulorum BDA, ternario minutus. Ergo differentia inter hæc duo rectangula BDC, & inter residua illorum

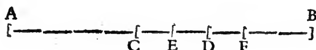
qua-

quadratorum C D, erit æqualis differentiæ inter illa rectangula B D A, cum quadrato A D, & inter tot quadrata C B, quotus est numerus rectangulorum vnitate auctus. Quod &c.

PROPOSITIO XLIII.

Si suppositis ijsdem, quæ in anteced. proposit. & C B, sic diuidatur in D, vt sit C D, ad D B, vt binarium ad numerum ternario minorem numero rectangulorum B D A. Duo rectangula B D C, erunt æqualia residuo illorum quadratorum C D. Si accipiatur quodlibet punctum E, inter C, D: duo rectangula B E C, sunt maiora residuo quadratorum C E. Si verò accipiatur quodlibet punctum F, inter D B: duo rectangula B F C, sunt minora residuo quadratorum C F.

V. G. si numerus rectangulorum B D A, erat quaternarius, diuidatur B C, in D, vt sit C D, ad D B, vt 2. ad 1. Si numerus rectangulorum sit

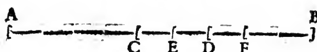


quinarius; sit C D, ad D B, vt 2. ad 2. Si numerus rectangulorum sit senarius: sit C D, ad D B, vt 2. ad 3. Et sic in infinitum. Si ergo sit C D, ad D B, vt 2. ad 1. tunc duo rectangula B D C, erunt æqualia

lia quadrato CD. Si sit CD, ad DB, vt 2. ad 2. erunt duo rectangula BDC, æqualia duobus quadratis CD. Si sit CD, ad DB, vt 2. ad 3. duo rectangula BDC, erunt æqualia tribus quadratis CD, &c.

Quod sic patebit. Cum enim sit CD, ad DB, vt binarium ad numerum rectangulorum BDA, ternario minutum: & cum pariter duo quadrata CD, sint ad residuum illorum quadratorum CD, vt binarium ad numerum rectangulorum ternario minutum (quia ex proposit. anteced. quæ diligenter pro huius intelligentia est memoriç commendenda, residuum illorum quadratorum CD, est quadratum CD, accipiendum secundum numerum rectangulorum BDA, ternario minutum.) Erit vt CD, ad DB, sic duo quadrata CD, ad residuum illorum quadratorum CD. Sed vt CD, ad DB, sic dupla CD, ad duplam DB: nempe (sumpta communi altitudine CD) sic duo quadrata CD, ad duo rectangula CDB. Ergo vt duo quadrata CD, ad residuum illorum quadratorum CD, sic eadem duo quadrata CD, ad illa duo rectangula CDB. Est ergo residuum illorum quadratorum CD, æquale duobus rectangulis CDB.

Secundum, nempe, quod accepto quolibet puncto E, inter C, D, duo rectangula BEC, sint majora residuo quadratorum CE, sic constabit. Quoniam CD, ad DB, est vt binarium, ad numerum rectangulorum ternario minutum: & CE, ad EB, est



eſt in minori ratione quam CD, ad DB. Erit etiam CE, ad EB, in minori ratione quam binarium ad numerum ternario minutum. Sed vt binarium ad numerum rectangulorum ternario minutum, ſic duo quadrata CE, ad reſiduum quadratorum CE. Ergo erit CE, ad EB, in minori ratione, quam duo quadrata CE, ad reſiduum quadratorum CE. Sed vt CE, ad EB, ſic quadratum CE, ad rectangulum CEB: nempe ſic duplum quadratum CE, ad duplum rectangulum CEB. Quare duo quadrata CE, erunt ad duo rectangula CEB, in minori ratione, quam ad reſiduum quadratorum CE. Quare duo rectangula BEC, maiora erunt reſiduo quadratorum CE.

Tertium, nempe, quod accepto quolibet puncto F, inter D, B, ſint duo rectangula BFC, minora reſiduo quadratorum CF, ſic manifeſtabitur. CF, ad FB, eſt in maiori ratione quam CD, ad DB: nempe quam binarium ad numerum rectangulorum ternario minutum: nempe quam duo quadrata CF, ad reſiduum quadratorum CF. Sed vt CF, ad FB, ſic quadratum CF, ad rectangulum CFB: nempe ſic duplum quadratum CF, ad duplum rectangulum CFB. Ergo duplum quadratum CF, erit ad

duplum

duplum rectangulum CFB, in maiori ratione quam ad residuum quadratorum CF. Ergo duo rectangula CFB, minora erunt residuo quadratorum CF. Patet ergo propositum quoad omnia.

PROPOSITIO XLIV.

Datis iisdem, quæ in proposit. 42. si CB, sic diuidatur in D, vt sit CD, ad DB, vt vnitas ad numerum rectangulorum BDA, binario minutum. Duo rectangula BDC, superabunt residuum quadratorum CD, tot quadratis CD, quotus est numerus rectangulorum vnitate minutus.

V. G. si numerus rectangulorum BDA, sit quaternarius, sit CD, ad DB, vt 1. ad 2. Et tunc duo rectangula BDC, superabunt quadratum CD, tribus quadratis CD. Si numerus rectangulorum sit quinarius, sit CD, ad DB, vt 1. ad 3. Et tunc superabunt duo rectangula BDC, duo quadrata CD, quatuor quadratis CD. Si rectangula sint sex, sit CD, ad DB, vt 1. ad 4. & duo rectangula superabunt tria quadrata quinque quadratis. Et sic in infinitum.

Cum enim sit CD, ad DB, vt vnitas ad numerum rectangulorum binario minutum. Et vt CD, ad DB, sic quadratum CD, ad rectangulum CDB, Erit etiam quadratum CD, ad rectangulum CDB, vt vnitas ad numerum binario minutum. Quare erit



erit quadratum CD, ad duplum rectangulum CDB, vt vnitas ad duplum numerum quaternario minutum. Conuertendoque, erit duplum rectangulum BDC, ad quadratum DC, vt duplus numerus quaternario minutus, ad vnitatem. Sed quadratum CD, est ad residuum quadratorum CD, vt vnitas ad numerum ternario minutum. Quare ex æquali, erit duplum rectangulum BDC, ad residuum quadratorum CD, vt duplus numerus quaternario minutus ad numerum ternario minutum. Si ergo ex duplo rectangulo BDC, dematur residuum quadratorum CD, remanebunt tot quadrata CD, quotus est numerus rectangulorum vnitate minutus. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XLV.

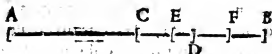
Si CB, secetur in rationibus propositionis antecedentis. Duo rectangula BDC, superabunt residuum quadratorum CD, maiori excessu, quam si CB, secaretur in quocunque alio puncto.

SEcetur in E, inter C, D. Cum sit BD, ad DC, vt numerus binario minutus, ad vnitatem. Erit

Q rectan-

rectangulum sub BD, EC, æquale tot rectangulis DCE, quotus est numerus binario minutus. Et duplum rectangulum sub BD, EC, erit æquale tot rectangulis DCE, quotus est duplus numerus quaternario minutus. Nempe tot rectangulis DEC, quotus est duplus numerus quaternario minutus, vna cum tot quadratis CE. Sed duplum rectangulum BEC, diuiditur in duplum rectangulum DEC, & in duplum rectangulum sub BD, EC, Ergo duplum rectangulum BEC, erit æquale tot rectangulis DEC, quotus est numerus duplus binario minutus, & tot quadratis CE, quotus est duplus numerus quaternario minutus. Sed residuum quadratorum CE, erant tot quadrata CE, quotus est numerus ternario minutus. Si ergo hoc residuum dematur ex duplo rectangulo BEC: excessus erit tot rectangula DEC, quotus est duplus numerus binario minutus, & tot quadrata CE, quotus est numerus vnitate minutus. Cum verò etiam duo rectangula BDC, excederent residuum quadratorum CD, tot quadratis CD, quotus est numerus vnitate minutus. Et hæc excedant tot rectangula DEC, quotus est duplus numerus binario minutus, & tot quadrata CE, quotus est numerus vnitate minutus, tot quadratis DE, quotus est numerus vnitate minutus (quodlibet quippè quadratum CD, diuiditur in quadrata CE, ED, & in duo rectangula CED.) Sequitur excessum duorum rectangulorum BDC, supra residuum quadra-

dra-



dratorum CD, maiorem fore excessu duorum rectangulorum BEC, supra residuum quadratorum CE, tot quadratis ED, quotus est numerus vnitate minutus.

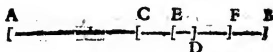
Secetur in F, inter D, B. Cum pariter sit BD, ad DC, vt numerus binario minutus, ad vnitatem; erit rectangulum sub BD, CF, æquale tot rectangulis DCF, quotus est numerus binario minutus. Et duplum rectangulum sub BD, CF, erit æquale tot rectangulis DCF, quotus est duplus numerus quaternario minutus. Nempe tot rectangulis FDC, & tot quadratis DC, quotus est duplus numerus quaternario minutus. Sed duo rectangula BFC, sunt minora duobus rectangulis sub BD, CF, duobus rectangulis DFC. Ergo duo rectangula BFC, erunt æqualia tot rectangulis FDC, & tot quadratis DC, quotus est duplus numerus quaternario minutus, minus duobus rectangulis DFC. Nempe minus duobus quadratis FD, & duobus rectangulis FDC. Duo ergo rectangula BFC, erunt æqualia tot rectangulis FDC, quotus est duplus numerus senario minutus; tot quadratis DC, quotus est duplus numerus quaternario minutus; minus duobus quadratis DF. A quibus si demater residuum

duum quadratorum CF: nempe tot quadrata CF, quotus est numerus ternario minutus; quæ sunt æqualia tot quadratis CD, DF, quotus est numerus ternario minutus, & tot rectangulis FDC, quotus est duplus numerus senario minutus. Si duo rectangula BFC, superabunt residuum quadratorum CF, residuum erit tot quadrata CD, quotus est numerus vnitate minutus, minus tot quadratis DF, quotus est numerus vnitate minutus. Ergo minori excessu quam tot quadratatorum CD, quotus est numerus vnitate minutus. Quare minori quantitate quam duo rectangula BDC, excedant residuum quadratorum CD. Ergo excessus illorum rectangulorum erit maximus.

SCHOLIVM I.

Ex progressu demonstrationis quatuor licet animaduertere. Primum est, quod non modò si punctum E, sumatur inter C, D, duo rectangula BEC, superant residuum quadratorum CE, minori quantitate, quam duo rectangula BDC, superent residuum quadratorum CD: sed hanc quantitatem fore tot quadrata DE, quotus est numerus vnitate minutus. Nempe si numerus rectangulorum sit quaternarius, tribus quadratis. Si quinarius, quatuor. Et sic in infinitum.

Et quibus sequitur secundum, hanc differentiam au-



augeri à puncto C, vſque ad D. Quò magis enim punctum E, ſumitur propiùs ipſi D, eò magis quadrata D E, minuuntur: & conſequenter eò maiori quantitate duo rectangula BEC, ſuperant reſiduum quadratorum C E.

Tertium eſt, ſi punctum F, ſumatur inter D, B, non ſolum exceſſum duorum rectangulorum B F C, ſuper reſiduum quadratorum F C (quando tamen ſuperant, non enim hoc ſemper accidit, vt patuit in propoſit.43.) minorem eſſe exceſſu duorum rectangulorum B D C, ſupra reſiduum quadratorum C D: ſed minorem fore tot quadratis D F, quotus eſt numerus vnitate minutus. Nempe ſi rectangula ſunt quatuor, tribus quadratis D F. Si quinque, quatuor: ſi ſex, quinque. Et ſic in infinitum.

Ex quibus ſequitur quartum, hanc differentiam minui quò magis fit elongatio à D. Nam quadrata D F, creſcunt magnitudine. Et conſequenter maiori quantitate duo rectangula B D C, ſuperant reſiduum quadratorum C D, quam duo rectangula B F C, reſiduum quadratorum C F, quò magis punctum F, ſumitur remotius à D.

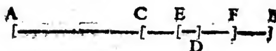
SCHO-

SCHOLIVM II.

Tunc ad memoriam reuocetur proposit. 41. In qua fuit ostensum, eadem quantitate differe duo rectangula BDC, à residuo quadratorum CD, quæ differunt tot rectangula BDA, secundum numerum non minorem quaternario accepta, vna cum quadrato DA, à tot quadratis CB, quotus est numerus rectangulorum vnitate auctus. Poterimus ergo consequenter ad hæc elicere sequentes regulas generales instituti nostro inseruientes, quarum.

Prima est. Quod si quælibet recta linea secetur bifariam in C, & sic in D, vt CD, sit ad DB, vt binarium, ad numerum ternario minorem numero rectangulorum (qui numerus rectangulorum haud sit minor quaternario.) Tot rectangula BDA, cum quadrato DA, erunt æqualia tot quadratis CB, quotus est numerus rectangulorum vnitate auctus. V. g. si rectangula BDA, sint quatuor: si CD, sit ad DB, vt 2. ad 1. Quatuor rectangula BDA, cum quadrato DA, erunt æqualia quinque quadratis CB. Si numerus rectangulorum BDA, sit quinarius, & sit CD, ad DB, vt 2. ad 2. Quinque rectangula BDA, cum quadrato AD, æquabuntur sex quadratis CB. Et sic in infinitum. Si accipiatur punctum E, inter C, D. Rectangula BEA, cum quadrato EA, sunt maiora tot quadratis CB, quotus est numerus rectangulorum vnitate auctus. Si

verò



verò accipiatur punctum F, inter D, B. Ista rectangula BFA, cum quadrato FA, minora erunt illis quadratis CB. Hæc generalis regula deducitur ex proposit. 43.

Secunda est. Quod si datis ijsdem, CB, sit sic secta in D, vt sit CD, ad DB, vt vnitas ad numerum rectangulorum BDA (qui nunquam debet esse minor quaternario) binario minutum. Illa rectangula BDA, cum quadrato DA, superabunt illa quadrata CB, tot quadratis CD, quotus est numerus rectangulorum vnitate minutus. E. g. si numerus rectangulorum BDA, sit quaternarius. Quatuor rectangula BDA, cum quadrato DA, superabunt quinque quadrata CB, tribus quadratis CD. Sic quinque rectangula BDA, cum quadrato DA, superabunt sex quadrata DA, quatuor quadratis CD. Et sic in infinitum, Hæc regula eruitur ex proposit. 44.

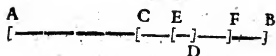
Tertia est. Quod si fiant, quæ in antecedenti regula. Illa rectangula BDA, cum quadrato DA, superabunt hæc quadrata CB, maiori excessu, quam si sectio fieret in quolibet puncto tam inter C, D, quam inter D, B. V. g. quatuor rectangula BDA, cum quadrato DA, excedent quinque quadrata CB,

CB, excessu maiori, quam superent quatuor rectangula BEA, cum quadrato AE: vel quatuor rectangula BFA, cum quadrato FA, eadem quinque quadrata CD. Et sic de alijs. Quæ regula emanat ex proposit. præsenti. Sicuti ex schol. primo, fluit. Excessum, quò excessus rectangulorum BDA, cum quadrato DA, excedit excessum rectangulorum BEA, cum quadrato AE, dicta quadrata CB; esse tot quadrata ED, quotus est numerus rectangulorum vnitate minutus. Hocque fluit ex numero primo dicti schol. sicuti ex numero tertio eiusdem, habetur, quod dictus excessus supra excessum rectangulorum BFA, cum quadrato FA, erit æqualis tot quadratis DF, quotus est numerus rectangulorum vnitate minutus.

Quarta est, quæ elicitur ex numeris secundo, & quarto schol. citati, quod quò magis punctum E, sumitur propiùs ipsi D; eò maiora fiant illa rectangula BEA, cum quadrato EA, vsque dum attingitur punctum D, in quo rectangula BDA, cum quadrato DA, sunt maxima. A' puncto verò D, vsque ad B, rursum decrescunt.

Quinta ergo regula generalis, & generalissima est. Quod si quælibet linea AB, secetur in duobus quibuslibet punctis D, C. Semper rectangulum BDA, cum quadrato AD, maius erit rectangulo BCA, cum quadrato AC. Item duo rectangula BDA, cum quadrato DA, maiora erunt duobus rectangulis BCA, cum quadrato CA.

Si



Si verò BD, sit quarta pars BA. Tria rectangula BDA, cum quadrato AD, erunt maxima omnium, quæ fiunt ex sectione AB, in quolibet puncto; V.g. sunt maiora tam tribus rectangulis BCA, cum quadrato AC, quam tribus rectangulis BFA, cum quadrato AF. Si verò inter D, A, sumantur duo puncta C, & E. Maiora erunt tria rectangula BEA, cum quadrato EA, tribus rectangulis BCA, cum quadrato CA. E'contra verò, si v.g. supponeretur esse BE, quartam partem BA, & acciperentur duo puncta F, D. Tria rectangula BFA, cum quadrato FA, minora essent tribus rectangulis BDA, cum quadrato DA. Quæ omnes doctrinæ desumuntur ex proposit. 41. & ex suo scholio.

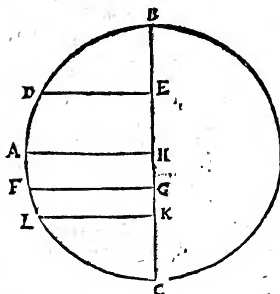
Si autem AB, sit secta bifariam in C, & sic in D, vt sit CD, ad DB, vt vnitas ad numerum non minorem quaternario, sed binario minutum; vel sic vt sit AD, ad DB, vt numerus non minor quaternario, ad dictum binario minutum (idem namque est; cum enim sit CD, ad DB, vt vnitas ad numerum non minorem quaternario binario minutum; erit componendo, CB, ad BD, vt numerus non minor quaternario vnitate minutus, ad dictum binario minutum. Et AB, dupla BC, erit ad DB, vt duplus

numerus non minor quaternario binario minutus, ad numerum binario minutum. Et diuidendo, erit A D, ad D B, vt numerus non minor quaternario, ad numerum binario minutum.) Erunt tot rectangula B D A, quotus est numerus firmatus, vna cum quadrato D A, maxima omnium. Si verò inter A, D, accipiatur quodlibet punctum E. Vtique tot rectangula B E A, cum quadrato E A, erunt minora illis rectangulis B D A, cum quadrato D A; sed eò minus, quò punctum E, fuerit propiùs ipsi D. Sicuti etiam sumpto puncto quolibet F, inter D, B. Vtique rectangula B F A, cum quadrato F A, sunt minora rectangulis B D A, cum quadrato A D; sed eò magis, quò punctum F, sumptum fuerit remotiùs à D. A' puncto ergo A, vsque ad D, fit augmentum illorum rectangulorum cum quadrato. A' puncto verò D, vsque ad B, minutio, seù decrementum. Has omnes doctrinas hauriet lector ex proposit. 40. & ex explicatis in scholijs antecedentibus.

SCHOLIVM III.

Nunc consideremus circulum, cuius diameter B C, in quo accipiantur v. g. puncta K, G, à quibus ducantur ordinatim applicatæ L K, G F. Cum rectangula C k B, C G B, æqualia sint quadratis Lk, G F: quæcunque dicta sunt de illis rectangulis C k B, C G B, verificabuntur etiam de illis quadratis

Lk,



L k, vel G F. V. g, quoniam ſupra deductum fuit, quod ſi C k, eſſet quarta pars C B, tria rectangula C K B, cum quadrato K B, erant maxima omnium; nempe maiora tribus rectangulis C G B, & quadrato G B. Sic verum erit tria quadrata L k, cum quadrato k B, eſſe omnium maxima. Et conſequenter maiora tribus quadratis G F, cum quadrato G B. Et quibuſuis alijs. Hæc facilè percipientur ex dictis.

SCHOLIVM IV.

Modò deueniatur ad principaliter intentum; nem-

pe ad genesim infinitorum solidorum ex sphæra deductorum; nempe ad ipsa conicoidea secundæ speciei: & omittendo primum, & secundum, quæ aliquandò constarunt esse conoides parabolicum, & sphæram, consideremus cætera. Hæc conicoidea, seù semifiguræ genitrices ipsorum supponuntur produci ex reduplicatione quadratorum sinuum rectorum circuli tot numero quot est numerus conicoidis, cum quadrato sagittæ. V. g. quadrata ordinatim applicatarum in conicoide tertio, S k, R F, supponuntur æqualia tribus quadratis L K, & quadrato k B; & tribus quadratis E F, & quadrato F B. Quæcunque ergo suprà dicta fuerunt de ipsis quadratis sinuum rectorum, & versórum circuli, verificabuntur de ipsis ordinatim applicatis harum semifigurarum. Ergo in alijs conicoideidibus primo, & secundo excepto, ordinatim applicatæ non crescunt vsque ad C A; sed augentur vsque ad aliquod punctum B A, putà ad k, à K, verò vsque ad A, rursum minuuntur. Quod si oportetur scire vsque ad quam ordinatim applicatam crescant hæ. Fiet satis dicendo, ipsas magis magisque crescere vsque ad ordinatim applicatam à tali puncto k, quod diuidat A F, dimidiam B A, vt F k, sit ad K A, vt vnitas ad numerum conicoidis binario minutum. V. g. in tertio conicoide, vt 1. ad 1. In quarto, vt 1. ad 2. In quinto, vt 1. ad 3. Et sic in infinitum. Vel, quod sic diuidat B A, vt sit B k, ad k A, vt numerus conicoidis, ad numerum binario minutum. Crescunt ergo,

& au-

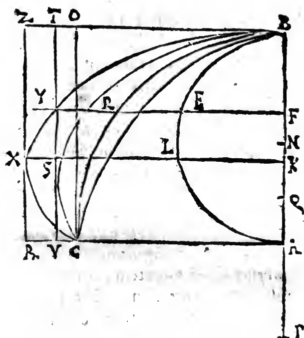
& augentur ordinatim applicatæ à puncto B, vſque ad k; minuuntur verò à puncto k, vſque ad A, ſic tamen, vt ſumptis punctis æquè remotis à K, ordinatim applicatæ ſint æquales. Hæc omnia nullo negotio percipientur optimè intellectis ſupra explicatis.

PROPOSITIO XLVI.

Qualibet semifigura genitris cuiuscunque conicoidis, prima, & secunda excepta, est semiportio maior ellipsis, cuius semiaxes coniugati; minor, portio maior axis conicoidis sic diuisi, vt pars ad verticem sit ad reliquam, vt numerus conicoidis ad numerum hunc binario minutum; maior verò ordinatim applicata ab hoc puncto, cuius quadratum se habebit ad quadratum semiaxis minoris, vt numerus conicoidis vnitate minutus, ad vnitatem.

ESto ergo CSBA, qualibet semifigura genitrix cuiuscunque conicoidis (prima, & secunda excepta, quæ iam ostensæ fuere semiparabola quadratica, & circuli quadrans) & sit sic diuisa BA, in k, vt sit Bk, ad kA, vt numerus conicoidis, ad numerum binario minutum. Nempe in tertio, vt 3. ad 1. Vt 4. ad 2. in quarto, &c. Dico CSBA, esse portionem maiorem ellipsis, cuius coniugati semiaxes Bk, minor, Sk, maior. Et esse quadratum Sk, ad quadratum Bk, vt numerus vnitate minutus ad vnitatem. Fiat kP. æqualis Bk. Quoniam est BK, æqualis kP, & Bk, est ad kA, vt numerus ad numerum binario minutum; erit semper AP, talium binarium. Et BA, erit ad AP, vt duplus numerus binario minutus, ad binarium. Cumque CA, sit æqualis AB: & quadratum CA, sit æquale quadra-

to

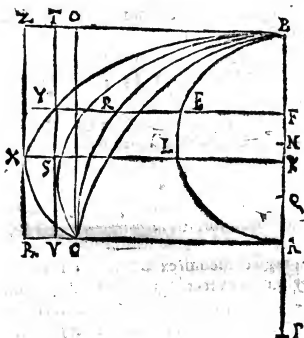


to BA: & quadratum BA, sit ad rectangulum PAB (propter commune latus BA) vt BA, ad AP. Erit quadratum CA, ad rectangulum PAB, vt duplus numerus binario minutus, ad binarium. Nempe vt horum dimidia; scilicet vt numerus vnitate minutus, ad vnitatem. Tunc accipiatur vbilibet punctum F, per quod ordinatim applicetur FR. Quoniam quadratum RF, est æquale tot quadratis EF, seù tot rectangulis AFB, quotus est numerus conicoidis, vna cum quadrato FB: & quadratum

FB,

FB, cum vno rectangulo AFB, facit vnum rectangulum ABF. Ergo quadratum RF, erit etiam æquale tot rectangulis AFB, quotus est numerus conicoidis vnitate minutus, & rectangulo ABF. Cum verò sit, vt supra dictum est, BA, ad AP, vt duplus numerus binario minutus, ad binarium: nempe, vt numerus vnitate minutus, ad vnitatem. Et cum sit vt BA, ad AP, sic rectangulum ABF, ad rectangulum sub AP, & sub BF. Erit rectangulum ABF, ad rectangulum sub AP, & sub BF, vt numerus vnitate minutus ad vnitatem. Sed sunt etiam tot rectangula AFB, quotus est numerus vnitate minutus, ad vnicum rectangulum AFB, vt numerus vnitate minutus, ad vnitatem. Ergo vt numerus vnitate minutus ad vnitatem, sic tot rectangula AFB, quotus est numerus vnitate minutus, vna cum rectangulo ABF (nempe quadratum RF) ad rectangula sub PA, FB; & AFB: nempe ad rectangulum PFB. Sed sic etiam supra probatum est esse quadratum CA, ad rectangulum PAB. Ergo erit vt quadratum CA, ad rectangulum PAB, sic quadratum RF, ad rectangulum BFP. Et permutando, vt quadratum CA, ad quadratum RF, sic rectangulum PAB, ad rectangulum PFB. Ergo CSBA, erit portio maior semiellipsis. Patet ergo primum. Secundum autem iam patet ex dictis. Quia quadratum Sk, se habet ad rectangulum BkP, nempe ad quadratum BK, vt numerus vnitate minutus ad vnitatem.

SCHO-



SCHOLIVM.

Patet ergo hæc infinita conicoidea esse segmenta, seù portiones maiores sphæroidum, primo, & secundo excepto. Cum ergo supra per analogiam ad sphæram deductæ fuerint mensuræ, & centra grauitatis omnium talium portionum, earumque segmentorum. Ex dictis regulis generalibus poterunt hæ deduci. Sed cum hæc conicoidea sint portiones parti-

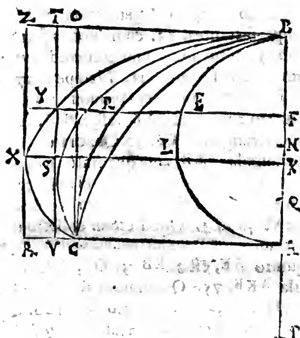
S cula-

culares sphæroidum; non erit inutile hæc deducere ex regulis particularibus vtique, sed generalibus omnibus conicoidibus.

PROPOSITIO XLVII.

Cylindrus circumscriptus cuilibet conicoidi genito ex semiportione ellipsis, est ad ipsum, vt tot rectangula sub numero, & sub numero binario minuto quotus est numerus, vna cum quadrato numeri, ad tot sextantes quadrati dupli numeri binario minuti, quotus est numerus conicoidis binario auctus.

ESto ergo conicoidi ex C X B A, circumscriptus cylindrus ex rectangulo Z A. Dico hunc esse ad conicoides, in dicta ratione. Nam intellecto etiam cylindro ex O A, circumscripto conicoidi primo; erit cylindrus ex Z A, ad cylindrum ex O A, vt quadratum X k, ad quadratum C A, seù B A. Nempe, vt tot quadrata L k, seù tot rectangula A k B, quotus est numerus conicoidis, vna cum quadrato k B, ad quadratum B A. Sed ex proposit. 39. est cylindrus ex O A, ad ipsum conicoides, vt quadratum A B, ad tot sextantes quadrati A B, quotus est numerus conicoidis binario auctus. Ergo ex æquali, erit cylindrus ex Z A, ad conicoides, vt tot rectangula A k B, quotus est numerus conicoidis, vna cum quadrato k B, ad tot sextantes quadrati A B, quotus est numerus conicoidis binario au-



auctus. Sed A k, est numerus binario minutus; k B, est numerus; & A B, est duplus numerus binario minutus. Ergo erit cylindrus ad conicoides vt explicatum est. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed in numeris quilibet assignare poterit talem proportionem. V.g. in tertio, in quo A k, est 1. K B. 3. & B A. 4. Tria rectangula A K B, 9. Qua-

dratum KB, pariter 9. & tria rectangula AKB, cum quadrato KB, 18. Quadratum AB, 16. cuius quinque sextantes, 13. cum duobus sextantibus. Erit ergo cylindrus ad tertium conicoides vt 18. ad 13. cum duobus sextantibus. Nempe vt 27. ad 20. Quod etiam deductum fuit in proposit. 29.

In quarto conicoide, AK, est 2. KB, 4. AB, 6. Quatuor rectangula AKB, 32. Quadratum KB, 16. Tria rectangula AKB, cum quadrato KB, 48. Quadratum AB, 36. Cui æquale sex eius sextæ. Ergo cylindrus ad conicoides quartum vt 48. ad 36. Nempe vt 4. ad 3. Quod etiam collectum fuit in proposit. 36.

In quinto AK, est 3. KB, 5. DA, 8. Quinque rectangula AKB, 75. Quadratum KB, 25. Quinque rectangula AKB, cum quadrato KB, 100. Quadratum AB, 64. Septem eius sextantes 74. $\frac{2}{6}$. Ergo erit cylindrus ad conicoides quintum, vt 100, ad 74 $\frac{2}{6}$. Et sic in alijs.

PROPOSITIO XLVIII.

Centrum grauitatis cuiuscunque conicoidis geniti ex semiportione ellipsis sic diuidit eius axim, vt pars ad verticem sit ad reliquam, vt numerus ternario auctus, ad numerum vnitate auctum.

Diuidatur BA, bifariam in F, & rursum FA, bifariam in Q. Ergo ex schol. pri. proposit. 38.

F, erit

F, erit centrum grauitatis cuiuscunque conicoidis, dempto ab ipso excessu conicoidis primi supra sphæram. Cuius excessus erit ex schol. 3. proposit. 1. Q, centrum grauitatis. Sit ergo FN, ad NQ, reciprocè, vt excessus conicoidis primi supra sphæram, ad reliquum conicoidis dempto ab ipso dicto excessu. Erit N, centrum grauitatis totius conicoidis. Sed ex schol. 4. proposit. 38. est excessus conicoidis primi supra sphæram, ad reliquum cuiuscunque conicoidis, vt binarium ad numerum conicoidis. Erit etiam FN, ad NQ, vt binarium ad numerum conicoidis. Et componendo, erit FQ, ad NQ, vt numerus conicoidis auctus binario, ad numerum conicoidis. Et BA, quadrupla FQ, erit ad NQ, vt quadruplus numerus conicoidis octonario auctus, ad numerum conicoidis. Sed est etiam BA, ad AQ, vt quadruplus numerus octonario auctus, ad numerum binario auctum. Ergo erit BA, ad AN, vt quadruplus numerus octonario auctus, ad duplum numerum binario auctum. Quare diuidendo, erit BN, ad NA, vt duplus numerus senario auctus, ad duplum numerum binario auctum. Nempe vt numerus ternario auctus, ad numerum vnitate auctum. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Sed cum etiam in primo conicoide, nempe in conoide parabolico, sit BN, ad NA, vt 2. ad 1.

Nem-

Nempe vt 4. ad 2. Nempe vt numerus ternario auctus, ad numerum vnitate auctum. Et pariter in secundo conicoide, nempe in hemisphærio ex quadrante CGBA, sit BN, ad NA, vt 5. ad 3. Nempe vt numerus ternario auctus, ad numerum vnitate auctum. Vniuersaliter verum erit in quocunque conicoide secundæ speciei sic diuidi eius axim ab eius centro grauitatis, vt pars ad verticem sit ad reliquam, vt numerus conicoidis ternario auctus, ad numerum vnitate auctum.

SCHOLIVM II.

Vt licuit animaduertere ex hucusque dictis, considerauimus genera bina infinitarum figurarum, & infinitorum solidorum, quæque ortum duxerunt ex infinita replicatione, seù additamento quadratorum vel sinuum rectorum, vel sinuum versorum arcuum semicirculi. Et quidem si additio erat quadratorum sinuum versorum, oriebantur infinita conicoidea primæ speciei, quæ omnia erant conoidea hyperbolica. Si verò addebantur quadrata sinuum rectorum, consurgebant conicoidea infinita secundæ speciei, quæ omnia patefacta fuere esse portiones sphæroidum, primo duntaxat secluso, quod est hemisphærium. Nunc breuiter quoad fieri poterit alia solida infinita procreabimus, quæ consurgent ex combinatione quadratorum arcuum semicirculi cum quadratis sinuum rectorum, & versorum eorundem. Et

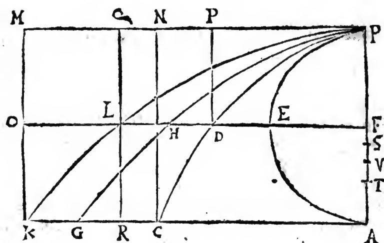
qui-

quidem omnium horum solidorum mensuræ, & centra grauitatis paruo labore innotescent: at ipsorum natura nobis est abdita,

Cogitandum est ergo ad modum superiorum, AEB, esse semicirculum, & CDBA, esse semiparabolam quadraticam, cuius basis CA, æquetur diametro AB, vt quadratum cuiuscunque ordinatim applicatæ DF, æquetur quadrato chordæ BE, seù quadratis EF, FB, sinuum recti, & versi arcus EB; intelligamus AC, sit produci ad G, vt differentia quadratorum GA, AC, æquetur quadrato circumferentiæ BEA, in directum porrectæ: item FD, sic productam ad H, vt differentia quadratorum HF, FD, sit æqualis quadrato arcus BE, vt quadratum HF, sit æquale tribus quadratis simul arcus BE, sinus recti EF, & sinus versi BF. Et sic de alijs: ac per extremitates ipsarum transeat curua GHB. Hæc erit semifigura ad partes B, deficiens: quia DF, alijsque ordinatim ductis in semiparabola, adduntur DH, GC, quæ crescunt secundum quod fit elongatio à puncto B, vt tutè patet, cum augeantur etiam arcuum quadrata.

Eodem pacto continuanda est productio concipiendo AG, FH, cæterasque ordinatim applicatas extendi ad k, L, &c. tali legi, vt differentiæ quadratorum LF, FH, KA, AG, &c. extent æquales quadratis arcuum BE, BEA, &c. & per extremitates applicatarum ordinatim transire curuam kLB. Sicque concipiendum est procedere in alijs.

Ità



Ità habebimus infinitas semifiguras deficientes ad partes B, quarum communis axis BA, bases verò erunt diuersæ. Quæ si intelligantur rotari circa BA: infinita gignent solida, quorum omnius indagare licebit mensuram, & centrum grauitatis. Quod antequam fiat palam.

Considerandum est, excessum cuiuscunque solidi supra sibi proximè minus, æqualem fore excessui supra sibi quoque proximè minus. V. g. excessus solidi ex KLBA, supra solidum ex GHBA, est æqualis excessui solidi ex GHBA, supra solidum ex CDBA: hocque verificatur tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quod patet ex genesi figurarum. Etenim quum vbique

acta

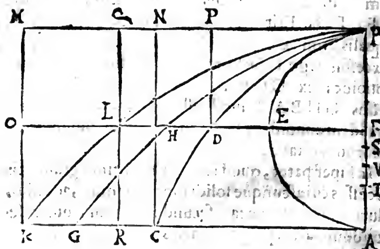
acta FL, parallela kA, sit differentia quadratorum LF, FH, æqualis differentiæ quadratorum HF, FD. Erit etiam armilla circularis ex LH, ęqualis armillæ circulari ex HD. Et hoc vbique. Excessus ergo cuiuslibet horum solidorum supra conoides ex CDBA, erit tam multiplex excessus GHBA (quod est primum solidum) supra idem conoides, sicuti est multiplex numerus solidorum vnitatis.

Insuper patet, quod idem erit centrum grauitatis excessus cuiuscunque solidi supra conoides, ac vnius, plurium &c. & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. His explicatis sit.

PROPOSITIO XLIX.

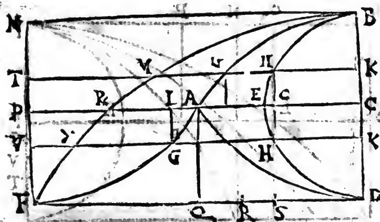
Excessus primi conicoidis tertiæ speciei supra conoides parabolicum, est æqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales solido ex prima quarta Lilij vngularis rotata circa basim, quæ sit æqualis axi conicoidis.

SOlida hæc infinita iuxta normam superiorum (quamuis fortè minus propriè) vocabuntur conicoidea tertiæ speciei. Sit ergo primum conicoides, quod gignitur ex GHBA, & FABD, sit prima quarta Lilij vngularis, cuius basis BD, sit æqualis BA, axi conicoidis (hanc quartam luculenter explicatam reperies in nostro tractatu de superficie vngulæ.)



læ.) Dico, quod excessus conicoidis supra conoides ex CDBA, est æqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales solido ex quarta FABD, rotata circa basim BD. Namque si BA, BD, secentur æqualiter in punctis F, & C, & ordinatim applicentur FH, CA. Ex dictis passim in illo tractatu de superficie vngulæ, vbicunque ducatur AC, semper est æqualis arcui EHB. Quare etiam quadratum AC, erit æquale quadrato arcus EHB, in figura quartæ; seu arcus EB, in figura conicoidis. Nempe differentiæ quadratorum HF, FD. Quare etiam circulus radij AC, erit æqualis armillæ ex HD, circa BA. Sed hoc vbique. Ergo etiam solida erunt æqualia tam secun-

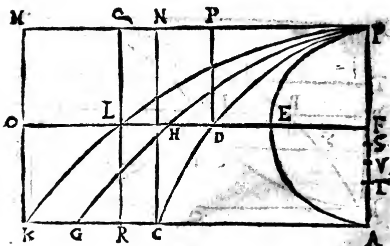
dum



dum totum, quam secundum partes proportionales. Quod &c.

SCHOLIVM.

Cumque excessus cuiuscunque solidi supra proximum minus sit æqualis excessui primi supra conoides; Etiam quilibet horum excessuum erit æqualis solido ex illa quarta tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Vndè si B A, B D, secentur bifariam in F, C: solidum ex H B D, vel ex L B H, vel ex alijs excessibus, erit æquale solido ex superficie vngulæ A B C, reuoluta circa basim B C. Pariter solidum ex H G C D, erit æquale solido ex F A C D.



Insuper cum dicta solida sint proportionaliter analoga: eorum centra grauitatis secabunt BD, BA, proportionaliter. Cumque ex proposit. 29. tract. de Superficie Vngulæ habeamus in BD, centrum grauitatis solidi ex quarta FABD: habebimus etiam in BA, centrum grauitatis excessus conicoidis ex GHBA, supra conoides ex CDBA: & non modò huius excessus, sed vniuscuiusque sigillatim, omniumque simul.

PROPOSITIO L.

Cylindrus circumscriptus cuilibet conicoidi tertiæ speciei, est ad ipsum, vt tot quadrata peripheriæ semicirculi quotus est

est numerus conicoidis, vna cum quadrato diametri, ad tot quadrata arcus quadrantis, quotus est duplus numerus conicoidis, minus tot quadratis semidiametri, quotus est dictus duplus numerus binario minutus.

N B T V u H K P R L A E C C V Y G H K F Q R S D

ESto conicoides quodlibet, quod gignitur ex k L B A, cum cylindro & rectangulo M A, semifiguræ circumscripto. Dico esse cylindrum ad solidum in dicta ratione. Nempe in primo, vt quadratum peripheriæ B E A, vna cum quadrato B A, ad duplum quadratum arcus quadrantis. In secundo, vt duplum quadratum B E A, cum quadrato B A, ad quadruplum quadratum arcus quadranti, minus duplo quadrato semidiametri. In tertio, vt triplum quadratum B E A, cum quadrato B A, ad sextu-

sextuplum quadratum arcus quadrantis, minus quatuor quadratis semidiametri. Et sic in infinitum.

Cylindrus ex MA, ad excessum solidi, ex k LBA, supra conoides ex CDBA, habet rationem compositam ex ratione ipsius ad cylindrum ex ND, circumscriptum solido ex prima quarta Lilij vngularis FABD, reuoluta circa BD; huius ad solidum ex dicta quarta; & huius ad dictum excessum. Cylindrus ex MA, ad cylindrum ex ND, est vt quadratum KA, ad quadratum FD. Hic cylindrus ad solidum ex quarta est ex proposit. 26. de Superfic. Vngulæ, vt dimidium quadrati FD, æqualis peripheriæ BED, ad quadratum arcus quadrantis QD, minus quadrato semidiametri: nempe vt quadratum FD, ad duplum quadratum QD, minus duplo quadrato semidiametri. Solidum ex quarta est ad excessum solidi ex KLBA, supra conoides, ex dictis, vt vnitas ad numerum solidi: nimirum vt duo quadrata arcus quadrantis minus duobus quadratis semidiametri, ad tot quadrata arcus quadrantis, minus tot quadratis semidiametri, quotus est duplus numerus conoidis. Ergo ex æquali, erit cylindrus ex MA, ad excessum solidi supra conoides, vt quadratum kA, (quod æquatur tot quadratis BEA, quotus est numerus conicoidis, & quadrato BA) ad tot quadrata arcus quadrantis, minus tot quadratis semidiametri, quotus est duplus numerus. Pariter cylindrus ex MA, est ad conoides ex CDBA, vt quadratum kA, ad dimidium quadrati CA,

(quia

(quia conoides subduplum cylindri ex NA) seù BA; nempe ad duplum quadratum semidiametri. Ergo colligendo ambo consequentia, erit cylindrus ex MA, ad solidum ex kLBA, vt quadratum kA, seù tot quadrata BEA, quotus est numerus solidi, vna cum quadrato BA, ad tot quadrata arcus quadrantis quotus est duplus numerus conicoidis, minus tot quadratis semidiametri, quotus est dictus duplus numerus binario minutus. Quod &c.

COROLLARIUM.

Ergo excessus conicoidis supra conoides erit ad ipsum, vt tot quadrata arcus quadrantis quotus est duplus numerus conicoidis, minus tot quadratis semidiametri, ad duplum quadratum semidiametri. Patet ex progressu demonstrationis.

SCHOLIUM.

In ijs, quæ de Superficie Vngulæ conscripsimus, non assignauimus rationes cylindrorum circumscriptorum, nec segmentis ad verticem, nec ad basim solidi ex prima quarta Lilij vngularis reuoluta circa basim; ideò ex illis haud licet tradere rationes cylindrorum circumscriptorum segmentis prędictorum solidorum ad verticem, & ad basim. Solum hæ rationes sunt assignabiles quandò axis solidi ad verticem est medietas axis totius. Pro quo sit.

PRO-

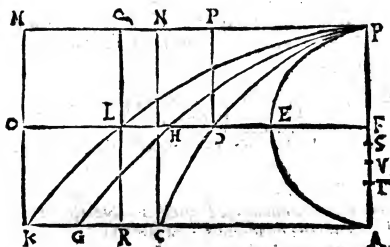
PROPOSITIO LI.

Si BF, sit dimidia BA, & FL, sit parallela KA, & QF, sit rectangulum circumscriptum semifiguræ ad verticem LBF. Cylindrus ex QF, erit ad solidum ex LBF, vt tot quadrata arcus quadrantis quotus est numerus conicoidis, vna cum duplo quadrato semidiametri, ad tot rectangula sub excessu arcus quadrantis supra semidiametrum, & sub semidiametro quotus est duplus numerus conicoidis, vna cum quadrato semidiametri.

NEmpe in primo, vt quadratum arcus quadrantis cum duobus quadratis semidiametri, ad duplum dictum rectangulum cum quadrato semidiametri. In secundo, vt duplum quadratum arcus quadrantis cum duplo quadrato semidiametri, ad quadruplum dictum rectangulum, cum quadrato semidiametri. Etc.

Namque intellecto in altero schemate rectangulo circumscripto superficiei vngulæ ABC; cylindrus ex QF, est ad cylindrum ex dicto rectangulo rotato circa BC, vt quadratum LF, ad quadratum AC. Hic cylindrus ad solidum ex superficie vngulæ ABC, rotata circa basim BC, est ex proposit. 23. de Superficie Vngulæ, vt dimidium quadrati arcus quadrantis AC, ad rectangulum sub excessu AC, supra semidiametrum, & sub semidiametro: nempe

vn



vt quadratum A C, ad duplum dictum rectangulum. Solidum ex A B C, dictum, est ad solidum ex L B D, vt vnitas ad numerum conicoidis; nempe vt duplum dictum rectangulum, ad tot, quotus est duplus numerus. Ex æquali ergo, erit cylindrus ex Q F, ad solidum ex L B D, vt quadratum L F, ad illa rectangula &c. Pariter idem cylindrus ex Q F, est ad conoides ex D B F, subduplum cylindri ex P F, vt quadratum L F, ad dimidium quadrati D F; nempe ad quadratum semidiametri. Ergo cylindrus ex Q F, erit ad totum solidum ex L B F, vt quadratum L F (quod ex genesi solidorum constat æquale tot quadratis B E, arcus quadrantis, quotus est numerus conicoidis, & quadrato D F, quod est

V du-

duplum quadrati semidiametri) ad tot rectangula sub excessu arcus quadrantis supra semidiametrum, & sub semidiametro quotus est duplus numerus conicoidis, vna cum quadrato semidiametri. Quod &c.

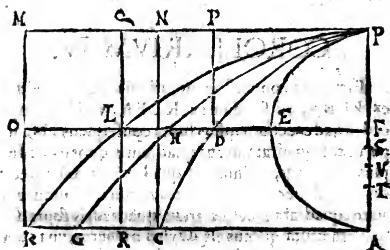
COROLLARIVM I.

Ergo cylindrus ex QA, circa BA, duplus cylindri ex QF, erit ad solidum ex LBF, vt duplum antecedentis ad idem consequens: vel vt idem antecedens ad dimidium consequentis. Nempe vt tot quadrata arcus quadrantis quotus est numerus conicoidis, vna cum duplo quadrato semidiametri, ad tot illa rectangula quotus est numerus, vna cum dimidio quadrati semidiametri.

COROLLARIVM II.

Ergo cylindrus ex MA (qui est ad cylindrum ex QA, vt quadratum kA, ad quadratum RA, seu LF: nempe vt tot quadrata arcus semicirculi BEA, quotus est numerus, vna cum quadrato diametri BA, ad tot quadrata arcus quadrantis, quotus est numerus vna cum duplo quadrato semidiametri) erit ad solidum ex LBF, vt idem antecedens, nempe vt tot quadrata arcus BEA, quotus est numerus, cum quadrato BA, ad tot rectangula sub excessu arcus quadrantis supra semidiametrum,

& sub



& sub semidiametro quotus est numerus, vna cum dimidio quadrati semidiametri.

COROLLARIVM III.

Ergo solidum totum ex k L B A. Quod ex proposit. 50. est ad cylindrum ex M A, vt tot quadrata arcus quadrantis, quotus est duplus numerus conicoidis, minus tot quadratis semidiametri quotus est dictus duplus numerus binario minutus, ad tot quadrata arcus semicirculi quotus est numerus, vna cum quadrato diametri, erit ex æquali, ad conicoides ad verticem ex L B F, vt hæc eadem plana, ad tot rectangula sub excessu arcus quadrantis supra

semidiametrum, & sub semidiametro quotus est numerus, vna cum dimidio quadrati semidiametri.

COROLLARIVM IV.

Ergo per conuersionem rationis, erit solidum ex kLBA, ad solidum ex KLFA, vt idem antecedens, ad excessum ipsius supra consequens. Nempe vt tot quadrata arcus quadrantis quotus est duplus numerus, minus tot quadratis semidiametri quotus est idem duplus numerus binario minutus, ad tot quadrata excessus arcus quadrantis supra semidiametrum quotus est duplus numerus, vna cum tot rectangulis sub dicto excessu, & sub semidiameter quotus est triplus numerus, vna cum sesquialtero quadrati semidiametri.

COROLLARIVM V.

Ergo cylindrus ex OA, subduplus cylindri ex MA, erit ad solidum ex segmento ad basim ex kLFA, vt tot quadrata arcus quadrantis quotus est duplus numerus, vna cum duplo quadrato semidiametri, ad tot quadrata excessus arcus quadrantis supra semidiametrum quotus est duplus numerus, vna cum tot rectangulis sub dicto excessu, & sub semidiametro quotus est triplus numerus, simul cum sesquialtero quadrati semidiametri.

PRO-

PROPOSITIO LII.

Cuiuscunque conicoidis tertiæ speciei centrum grauitatis assignare in axi.

CViuscunque conicoidis ex kLBA, potest in BA, centrum grauitatis assignari. Nam excessus ipsius supra conoides est proportionaliter analogus cum solido ex prima quarta Lilij vngularis reuoluta circa basim. Centrum autem huius solidi quomodò inueniatur traditum fuit in proposit. 29. de Superf. Vngulæ, sit ergo secta BA, bifariam in F, & sit S, centrum grauitatis excessus conicoidis supra conoides: sit AT, duæ tertiæ AF, seù vna tertia AB. Ergo erit T, centrum grauitatis conoidis. Si ergo diuidatur sic ST, in V, vt sit SV, ad VT, vt duplum quadratum semidiametri, ad tot quadrata arcus quadrantis quotus est duplus numerus, minus tot quadratis semidiametri: nempe ex coroll. proposit. 50. reciprocè, vt conoides ad excessum conicoidis supra ipsum. Erit punctum V, centrum quæsitum.

SCHOLIVM.

Omnium ergo prædictorum conicoideorum tertiæ speciei habemus mensuras, ac in illorum axibus centra grauitatis. Sed alia symptomata ipsorum sunt

sunt nobis abscondita. Possunt ergo figuræ horum genitrices seponi cum ijs, quas geometris contemplandas proposuimus, & in nostro Miscellaneo Geometrico, & in alijs nostris operibus.

Ast non erunt his absimiles eæ, quæ statim proponentur. Alio pacto consideranda est productio aliarum infinitarum semifigurarum; nimirum semoto medio conoide parabolico quadratico. Concipiendum est ergo BEA, esse semicirculum vt prius, in schemat. supra posito; & AC, equalem fore circumferentiæ BEA; quadratum GA, equale fore duobus quadratis circumferentiæ BEA; kA, tribus, & sic in infinitum: item sinum FE, sic produci ad D, vt quadratum DF, sit equale quadratis arcus BE, & EF; sic ad H, vt quadratum HF, sit equale duobus quadratis BE, & quadrato EF; sic ad L, vt quadratum LF, equetur tribus quadratis BE, & quadrato EF; & sic in infinitum: & quod dictum est de sinu EF, intelligatur de omnibus sinibus parallelis FE: intelligamus autem per extremitates linearum transire curuas CDB, GHB, KLB, & reliquas, vt prius. Hoc pacto denuò habebimus, alias nouas semifiguras infinitas CDBA, GHBA, kLBA, &c. Quæ omnes pariter erunt deficientes ad partes B, ac si rotentur circa BA, habebimus solidorum genitorum mensuras, & in BA, centra grauitatis.

Sed etiam in his solidis verificabitur manifestè, ex ipsorum genesi, excessum cuiuscunque supra sibi

pro-

proximè minus ęqualem fore excessui alterius supra sibi pariter proximè minus; & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Excessus ergo cuiuslibet horum solidorum supra sphæram ex semicirculo, erit tam multiplex excessus primi supra dictam sphæram, sicuti est multiplex numerus solidi vnitatis. Hæc omnia facilè percipientur differendo iuxta normam schol. 2. proposit. 48.

PROPOSITIO LIII.

Excessus primi conicoidis quartæ speciei supra sphæram ex semicirculo, est æqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales solido ex prima quarta Lilij vngularis rotata circa basim, quæ sit æqualis diametro sphæræ.

ETiam solida hæc infinita appellabimus conicoidea quartæ speciei. Primum conicoides sit illud, quod gignitur ex CDBA, & FABD, sit prima quarta Lilij vngularis, cuius basis BD, æquetur BA, diametro sphæræ. Dico excessum conicoidis ex CDBA, supra sphæram ex BEA, esse æqualem tam secundum totum, quam secundum partes proportionales solido ex quarta FABD, rotata circa basim BD. Hæc propositio probabitur differendo ad amussim, vt factum fuit in prop. 29.

SCHO-

SCHOLIVM.

Sicuti ad normam scholij eiusdem agnoscemus etiam quemlibet excessum cuiuslibet conicoidis supra sibi proximè minus æqualem esse solido ex dicta quarta tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Item eodem modo secari axes ipsorum à suis centris grauitatis &c. Hæc sunt nimis clara.

PROPOSITIO LIV.

Cylindrus circumscriptus cuiuis conicoidi quartæ speciei, est ad ipsum, vt tot quadrata peripheriæ semicirculi quotus est

est numerus conicoidis, ad tot quadrata arcus quadrantis quotus est duplus numerus, minus tot quadratis semidiametri quotus est duplus numerus vnitate minutus, & vna tertia quadrati eiusdem semidiametri.

ESto conicoides numeri cuiuslibet id, quod gignitur ex K L B A. Dico cylindrum ex rectangulo M A, illi circumscriptum esse ad ipsum, vt statutum fuit. Nempe in primo, vt vnum quadratum peripheriæ B E A, ad duo quadrata arcus quadrantis, minus vno quadrato semidiametri, & vna tertia eiusdem. In secundo, vt duo quadrata B E A, ad quatuor quadrata arcus quadrantis, minus tribus quadratis semidiametri, & vna tertia quadrati eiusdem semidiametri. In tertio, vt tria quadrata B E A, ad sex quadrata arcus quadrantis, minus quinque quadratis semidiametri, & vna tertia. Et sic in infinitum.

Probabitur facilè ad modum proposit. 50. Nam cylindrus ex M A, est ad cylindrum ex N D, vt quadratum k A, ad quadratum F D: nempe vt tot quadrata peripheriæ B E A, quotus est numerus conicoidis, ad vnum talium quadratorum. Cylindrus ex N D, est ad solidum è quarta F A B D, circa basim B D, ex proposit. 26. de Superfic. Vngulæ, vt dimidium quadrati F D, ad quadratum arcus quadrantis, minus quadrato semidiametri: nempe vt quadratum F D, ad duplum quadratum arcus quadrantis, minus duplo quadrato semidiametri.

X So-

Solidum ex quarta est ad excessum solidi ex kLBA, supra sphæram ex semicirculo BEA, vt vnitas ad numerum conicoidis: nempe vt binarium ad duplum numerum: nempe vt duo quadrata arcus quadrantis, minus duobus quadratis semidiametri, ad tot quadrata arcus quadrantis minus tot quadratis semidiametri quotus est duplus numerus. Ergo ex æquali, erit cylindrus ex MA, ad excessum solidi supra sphæram, vt tot quadrata BEA, quotus est numerus, ad tot quadrata arcus quadrantis, minus tot quadratis semidiametri quotus est numerus duplus. Rursum cylindrus ex MA, est ad sphæram subsesquialteram cylindri sibi circumscripti, vt idem quadratum kA, ad duo tertia quadrati semidiametri. Ergo cylindrus ex MA, erit ad ambo consequentia, nempe ad solidum totum ex KLBA, vt tot quadrata BEA, quotus est numerus, ad tot quadrata arcus quadrantis quotus est duplus numerus, minus tot quadratis semidiametri quotus est duplus numerus vnitate minutus, & vna tertia quadrati eiusdem semidiametri. Quod &c.

COROLLARIVM.

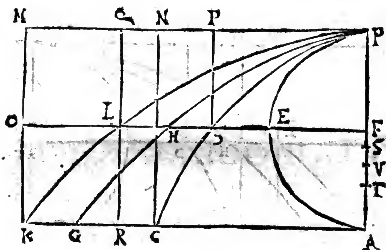
Ergo excessus conicoidis supra sphæram erit ad ipsam, vt tot quadrata arcus quadrantis, minus tot quadratis semidiametri quotus est duplus numerus, ad duo tertia quadrati semidiametri. Seù, vt tot quadrata minus tot quadratis, quotus est numerus,

ad

ad trientem quadrati semidiametri: nempe vt sub-dupla præcedentium terminorum.

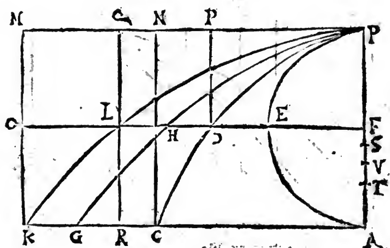
PROPOSITIO LV.

Si eadem sint constructa, quæ in proposit. 51. cylindrus ex QF, erit ad solidum ex LBF, vt tot quadrata arcus quadrantis quotus est numerus, vna cum quadrato semidiametri, ad tot rectangula sub excessu arcus quadrantis supra semidiametrum, & sub semidiametro quotus est duplus numerus, vna cum duabus tertij quadrati semidiametri.



NEmpe in primo, vt quadrata BE, EF, ad rectangulum duplum sub differentia BE, EF, & sub EF, cum subsesquialtero quadrati EF. In secundo, vt duo quadrata BE, cum quadrato EF, ad quatuor dictorum rectangulorum, cum subsesquialtero quadrati EF. Etc.

Namque cylindrus ex QF, est ad cylindrum ex rectangulo circumscripto superficiei vngulæ ABC, vt quadratum LF, ad quadratum AC. Hic est ad solidum ex ABC, circa BC, ex proposit. 23. de Superficie Vngulæ, vt dimidium quadrati AC, ad rectangulum sub differentia BE, EC, & sub EC; nempe vt quadratum AC, ad duplum dictum rectangulum. Solidum ex ABC, est ad solidum ex



LBE,

LBE, circa BF, vt vnitas, ad numerum conicoidis: nempe vt binarium, ad duplum numerum: nempe vt duo rectangula ſub differentia BE, EC, ſeù EF, & ſub EF, ad tot talia rectangula quotus eſt duplus numerus. Ergo ex æquali, erit cylindrus ex QF, ad ſolidum ex LBE, vt quadratum LF (quod æquatur tot quadratis arcus quadrantis quotus eſt numerus conicoidis, & quadrato EF) ad tot dicta rectangula quotus eſt duplus numerus. Item idem cylyndrus ex QF, eſt ad hemiſphęrium ex quadrante EBF, ſubſeſquialterum cylindri ſibi circumſcripti, vt idem quadratum LF, ad duo tertia quadrati EF. Ergo colligendo ambo conſequentia, erit cylindrus ex QF, ad ſolidum ex LBF, vt tot quadrata arcus quadrantis quotus eſt numerus, vna cum quadrato

EF,

E F, ad tot dicta rectangula, quotus est duplus numerus, vna cum duabus tertijs quadrati E F.

COROLLARIVM I.

Ergo cylindrus ex Q A, duplus cylindri ex Q F, erit ad solidum ex L B F, vt duplum antecedentis ad idem consequens: vel vt idem antecedens ad dimidium consequentis. Nempe vt tot quadrata BE, quotus est numerus, vna cum quadrato E F, ad tot dictorum rectangulorum quotus est numerus, vna cum triente quadrati E F.

COROLLARIVM II.

Ergo cylindrus ex M A, erit ad solidum ex LBF, vt tot quadrata arcus peripheriæ semicirculi quotus est numerus, ad tot dicta rectangula quotus est numerus, vna cum vna tertia quadrati E F.

COROLLARIVM III.

Ergo solidum totum ex k L B A, erit ad solidum ex L B F, vt tot quadrata B E, quotus est duplus numerus, minus tot quadratis E F, quotus est duplus numerus vnitate minutus, & vna tertia quadrati E F, ad tot dictorum rectangulorum quotus est numerus, cum vna tertia quadrati E F.

CO-

COROLLARIVM IV.

Ergo per conuersionem rationis, erit solidum ex K L B A, ad solidum ex K L F A, vt idem antecedens ad excessum sui supra consequens. Nempe ad tot quadrata differentiæ inter B E, E F, quotus est duplus numerus, vna cum tot rectangulis sub dicta differentia, & sub E F, quotus est triplus numerus, minus tot quadratis E F, quotus est duplus numerus vnitate minutus, & duabus tertijs eiusdem quadrati E F.

COROLLARIVM V.

Ergo cylindrus ex O A, subduplus cylindri ex M A, erit ad solidum ex k L F A, vt tot quadrata arcus quadrantis quotus est duplus numerus, ad tot quadrata differentiæ inter B E, E F, quotus est duplus numerus, cum tot rectangulis sub dicta differentia, & sub E F, quotus est triplus numerus, minus tot quadratis semidiametri quotus est duplus numerus vnitate minutus, & duabus tertijs eiusdem.

PROPOSITIO LVI.

Cuiuscunque conicoidis quartæ speciei centrum grauitatis assignare in axi.

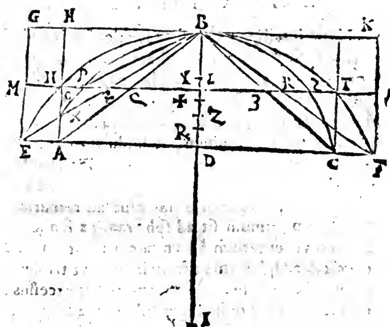
Nam

NAm centrum grauitatis excessus solidi supra sphæram, vtpotè proportionaliter analogi cum solido ex prima quarta Lilij vngularis rotata circa basim, habebitur ex proposit.29. de Superficie Vngulæ. Sit hoc V. Et F, medium punctum BA, sit centrum sphæræ. Si ergo sic FV, secetur in S, vt sit FS, ad SV, vt excessus solidi supra sphæram, ad ipsam sphæram: nempe ex coroll. propos. 54. vt tot quadrata BE, minus tot quadratis EF, quotus est numerus, ad trientem quadrati EF. Erit S, centrum quæsitum.

SCHOLIVM I.

Initio huiusce operis descripsimus indolem conoidis cuiusdam parabolici, quo vsi sumus ad tradenda varia symptomata circa portiones sphæræ, &c. Hoc taliter genitum fuit, vt in schem. proposit. 1. quadrata ED, NL, ordinatim applicatarum essent æqualia quadratis BP, BA, chordarum &c. In proposit. 1. conclusum fuit tubum cylindricum GAk, esse triplum excessus conoidis supra sphæram, quia est ad ipsum tam secundum totum, quam secundum partes proportionales, vt cylindrus HC, ad conum ABC. Facilè autem, ex ibidem dictis, est colligere, quod si conus ABC, esset talis quantitatis, vt quadratum radij suæ basis, putà AD, esset æquale rectangulo EAF, dictus excessus, & conus essent magnitudines æquales tam secundum totum,

quam



quam secundum partes proportionales. In schol. autem 3. dictæ proposit. monuimus lectorem, omnia, quæ diximus verificari etiam de excessu conoidis supra totam sphæram, vt in sequenti schemate. In ipso namque si sit conoides parabolicum descriptum ex semiparabola CDBA, rotata circa axim BA; & genita modò explicato: excessus conoidis supra sphæram ex semicirculo BEA, erit æqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales cono ex triangulo BCA.

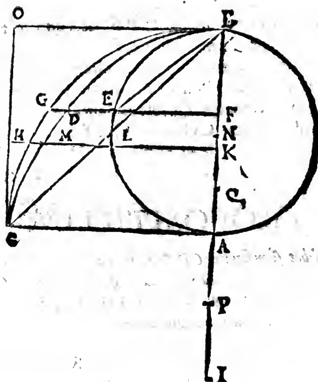
SCHOLIVM II.

Nunc intelligamus infinitas tales semiparabolas CCBA, sic genitas, vt quadrata ordinatim applicatarum CA, GF, sint dupla quadratorum AB, EB, & sic de alijs; tripla; quadrupla; & sic in infinitum. Hoc modo habebimus infinita conoidea parabolica, quorum secundum erit duplum primi: tertium triplum: quartum quadruplum. Et verbo, conoides quodlibet erit ad primum, vt suus numerus ad vnitatem. Nempe vt triplus numerus ad ternarium. Cum verò primum sit ad sphæram ex semicirculo BEA, vt ternarium ad vnitatem; erit quodlibet conoides ad sphæram ex semicirculo, vt triplus numerus ad vnitatem. Et diuidendo, erit excessus cuiuslibet talis conoidis supra sphæram ad ipsam, vt triplus numerus vnitate minutus ad vnitatem.

SCHOLIVM III.

Patet ergo dato quolibet horum conoideorum parabolicorum, differentiam quadratorum ordinatam applicatarum Hk, GF, & aliarum, & sinuum rectorum Lk, EF, æqualem fore tot quadratis sinuum rectorum LK, EF, quotus est numerus conoidis vnitate minutus, & tot quadratis sinuum versorum kB, BF, quotus est numerus. Nempe in primo, vnico quadrato sinuum versorum. In secundo,

vni-



vnico quadrato sinuum rectorum, & duobus sinuum versorum. Et sic in reliquis.

SCHOLIVM IV.

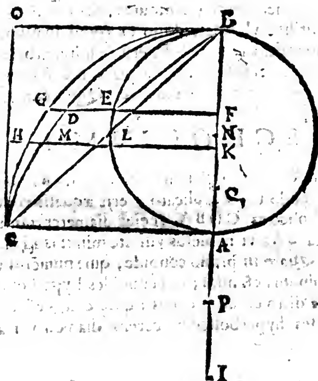
Nunc intelligamus infinita solida ex CMBA, infinitis semifiguris talis indolis, vt quadrata ordina-

tim applicatarum Mk, DF, &c. possint etiam tot quadrata sinuum rectorum Lk, EF, &c. quotus est numerus vnitate minutus, simul cum tot quadratis sinuum versorum KB, BF, &c. quotus est numerus. Patet manifestissimè, solida orta ex gyratione semifigurarum CDBA, circa BA, fore æqualia tam secundum totum, quam secundum partes proportionales correspondentibus excessibus conoideorum ex CGBA, supra sphæram ex semicirculo BEA. Et in primo conoide patuit supra, solidum ex CDBA, fore conum. Nunc sit.

PROPOSITIO LVII.

Qualibet semifigura CDBA, prima excepta, quæ est triangulum, est semihyperbola, cuius diameter transuersa se habet ad BA, diametrum sphæræ, vt numerus vnitate minutus ad vnitatem.

Nimirum, si conoides ex CGBA, sit secundum: erit CDBA, semihyperbola cuius diameter transuersa BA. Si conoides sit tertium: diameter transuersa erit dupla BA. Si quartum, tripla, & sic in infinitum. Ordinatim applicetur quælibet GDEF. Quadratum CA, est æquale tot quadratis AB, quotus est numerus: nempe rectangulo sub AB, & sub tot AB, quotus est numerus. Pariter, differentia quadratorum GF, FE, seu quadratum DF, æquatur tot quadratis EF, quo-



quotus eſt numerus vnitate minutus, & tot quadratis BF, quotus eſt numerus; nempe tot, quadratis BE, ſeù rectangulis ABF, quotus eſt numerus vnitate minutus, vna cum quadrato BF: nempe rectangulo ſub compoſita ex tot AB, quotus eſt numerus vnitate minutus, & ex BF, & ſub BF. Ergo quadratum CA, erit ad quadratum DF, vt rectan-

ctangulum sub tot AB, quotus est numerus, & sub AB, ad rectangulum sub composita ex tot AB, quotus est numerus vnitate minutus, & ex BF, & sub BF. Et hoc vbilibet. Ergo ex Apoll. in primi. conic. proposit. 21. CDBA, erit semihyperbola cuius diameter transuersa erit æqualis tot AB, quotus est numerus vnitate minutus. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Excessus ergo cuiuscunque conoidis parabolici geniti modo supra explicato, erit æqualis conoidi hyperbolico ex CDBA, vt eius diameter transuersa sit ad BA, vt numerus vnitate minutus ad vnitatem. Quare in primo conoide, quia numerus vnitate minutus est nihil; erit conoides hyperbolicum æquale dicto excessui conus; quia conus est veluti conoides hyperbolicum carens diametro transuersa.

SCHOLIVM II.

Tali ergo pacto habebimus infinita conicoidea, quæ poterunt dici quintæ speciei, & hęc omnia erunt conoidea hyperbolica.

Adnotetur autem hæc pulchro modò diuersificari ab ijs, quæ ex Souero supra contemplati fuimus. Si vni quadrato sinus recti v. g. FE, addebantur duo quadrata sinus versi BF; consurgebat conoides hyper-

per-

perbolicum, cuius diameter transuersa BA, diameter sphæræ. Si vni quadrato EF, addebantur tria quadrata BF: oriebatur conoides hyperbolicum, cuius diameter transuersa dimidia BA. Si tria, diameter transuersa erat triens BA. Et sic in infinitum, vt fusè explicatum fuit supra in schol. 2. proposit. 11. ex Souero in l b. citat. ibidem proposit. 31. Nunc è contra accidit. Quia si duobus quadratis EF, adiungantur tria quadrata BF; diameter transuersa conoidis est dupla BA. Si sumantur tria quadrata EF, cum quatuor quadratis BF: diameter transuersa erit tripla BA, &c.

SCHOLIVM III.

Vlteriùs adnotetur aliquid simile, & vniuersalius eo, quòd explicatum fuit in schol. 4. proposit. 1. Hoc autem est, quod si CGBA, sit quælibet semiparabola quadratica, in qua sit latus rectum ipsius ad BA, eius axim, vt numerus quilibet ad vnitatem; & super diametro BA, fiat semicirculus BEA. Excessus conoidis ex CGBA, supra sphæram ex semicirculo erit æqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales conoidi hyperbolico, cuius radius basis eadem CA, axis idem BA, & diameter transuersa sit ad BA, in ratione in qua est diuisa ratio lateris recti parabolæ ad BA. V. g. si latus rectum sit ad BA, vt 2. ad 1. diameter transuersa erit ad BA, vt 1. ad 1. si latus rectum sit

ad

ad BA, vt 3. ad 1. diameter transuersa erit ad BA, vt 2. ad 1. Et sic in alijs. Vndè latus rectum parabolæ se habebit ad diametrum transuersam hyperbolæ, vt numerus ad numerum vnitate minorem.

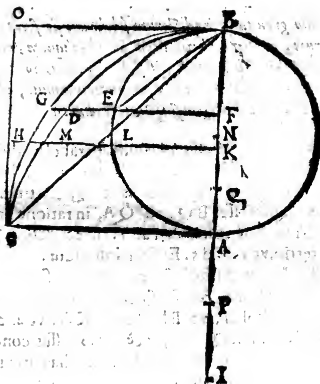
Cum ergo omnia hæc conicoidea quintæ speciei sint conoidea hyperbolica; illorum omnium licebit elicere mensuras, ac centra grauitatis ex doctrinis generalibus omnibus conoidibus hyperbolicis conuenientibus, quasuè pluribus vicibus aliàs assignauimus. Sed eadem facilè indagabimus ex peculiaribus horum solidorum.

PROPOSITIO LVIII.

Cylindrus circumscriptus infinitis excessibus conoideorum parabolicorum supra sphæram, vel infinitis conoidibus hyperbolicis, est ad hæc solida vt sextuplus numerus, ad triplum vnitate minutum.

NEmpe in primo, vt 6. ad 2. In secundo, vt 12. ad 5. In tertio vt 18. ad 8. In quarto vt 24. ad 11. Et sic in cæteris. Sit ergo talis cylindrus ex rectangulo OA. Hic est ad conoides parabolicum ex semiparabola CGBA, in ratione dupla: nempe, vt sextuplus numerus, ad triplum numerum. Hoc, cum sit ad sphæram ex BEA, ex schol. 2. propofit. 56. vt triplus numerus ad vnitatem, & per conuersionem rationis, ad excessum sui supra sphæram, vt triplus numerus, ad eundem vnitate minutum.

Erit



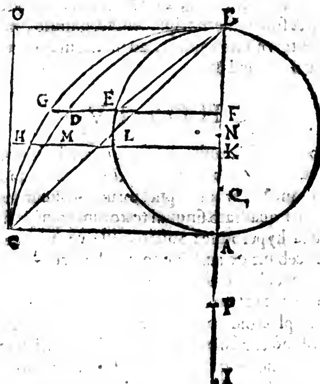
Erit ex æquali, cylindrus ad dictum excessum, seu ad conoides hyperbolicum, vt sextuplus numerus ad triplum numerum vnitate minutum. Quare &c. Quod &c.

PROPOSITIO LIX.

Centrum grauitatis prædictorum solidorum sic secat axim eorum, vt pars ad verticem sit ad reliquam, vt rectangulum sub binario, & sub triplo numero vnitate minuto, minus vna tertia sui vnitate minuti, ad hanc eandem vnam tertiam sui vnitate minuti.

CViuslibet excessus conoidis parabolici dicti supra sphæram, seu cuiuslibet conoidis hyperbolici excessui correspondentis sit Q, centrum grauitatis. Dico esse BQ, ad QA, in ratione prædicta. Nempe in primo, vt 3, ad 1. In secundo, vt 7. ad 3. In tertio, vt 11. ad 5. Et sic in infinitum.

Esto F, punctum bifarians BA, vt sit centrum grauitatis sphæræ, & K, sit centrum grauitatis conoidis parabolici, vt Bk, sit ad KA, vt 2. ad 1. Erit Fk, ad kQ, reciprocè, vt excessus conoidis parabolici supra sphæram, ad ipsam sphæram: nempe ex schol. 2. proposit. 56. vt triplus numerus vnitate minutus, ad vnitatem. Cum ergo quorum BA, est 6. talium Fk, sit 1, quorum Fk, erit triplus numerus vnitate minutus, talium BA, erit factum sub 6, & sub triplo numero vnitate minuto. Et talium KQ, erit 1. Est ergo BA, ad kQ, vt rectangulum sub 6. & sub triplo numero vnitate minuto, ad vnitatem. Sed est etiam BA, ad Ak, vt 6. ad 2: nempe ad rectangulum sub 6, & sub triplo numero vni-



Vnitate minuto, ad rectangulum sub 2. & sub eodem triplo numero vnitate minuto. Ergo eadem BA, erit ad reliquam QA, vt rectangulum sub 6. & sub triplo numero vnitate minuto, ad rectangulum sub binario, & sub eodem triplo numero vnitate minuto, vnitate minutum. Nempe vt horum subtripla: nempe vt factum sub binario, & sub triplo numero

vnitate minuto, ad trientem facti sub binario, & sub triplo numero vnitate minuto, vnitate minuti. Quare diuidendo, erit BQ, ad QA, vt factum sub binario, & sub numero triplo vnitate minuto, minus sui triente vnitate minuti, ad sui trientem vnitate minutum. Quod &c.

SCHOLIVM.

Supra considerauimus bina genera infinitorum solidorum, quorum illa quæ oriebantur ex additamento quadratorum replicatorum sinuum versorum vnico quadrato sinuum rectorum erant infinita conoidea hyperbolica Soueri. Illa verò, quæ ortum ducebant ex additione quadratorum sinuum rectorum replicatorum vnico quadrato sinuum versorum, erant vel hemisphærium, vel semiportiones maiores sphæroidum, vt luculenter supra traditum fuit. Modò considerauimus solida, quæ oriebantur ex aggregatione quadratorum sinuum versorum sumptorum secundum numerum, cum quadratis sinuum rectorum receptorum secundum dictum numerum vnitate minutum; & quidem hæc omnia manifestauimus esse conoidea hyperbolica. Non erit ergo inutile respicere alia infinita solida, quæ habebimus ex combinatione quadratorum sinuum rectorum acceptorum secundum numerum cum quadratis sinuum versorum receptis secundum dictum numerum vnitate minutum. E.g. supponentes CD-

BA,

B A, esse quamlibet ex supradictis semiparabolis, sit C G B A, semifigura quædam, vt quadrata ordinatatim applicatarum H K, G F, possint tot quadrata sinuum rectorum L k, E F, cum tot quadratis k B, F B, vno minus. Nimirum si D F, possit duplum quadratum B E; quadratum G F, sit æquale tribus quadratis E F, & duobus quadratis F B. Si quadratum D F, possit tria quadrata B E: quadratum G F, possit quatuor quadrata E F, cum tribus F B. Et sic in cæteris, ita vt differentia quadratorum G F, F D, sit æqualis quadrato sinus recti E F. &c.

Hoc modò generabuntur, vt diximus infinitę semifigurę C G B A, & ex ipsis ciatis circa B A, infinita solida, quæ omnia vtique erunt deficientia ad partes B.

In his omnibus excessus cuiuscunque supra suum conoides parabolicum, erit æqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales sphæræ ex semicirculo B E A.

Horum omnium habebimus mensuram, centra grauitatis, & etiam naturas. Pro nunc solum scimus ex proposit. 23. quod si quadratum v. g. G F, sit æquale duobus quadratis E F, cum vno quadrato B F, erit C G B A, circuli quadrans.

PRO-

PROPOSITIO LX.

Cylindrus circumscriptus cuilibet horum solidorum est ad ipsum, vt sextuplus numerus ad triplum numerum vnitate auctum.

NEmpe in primo vt 6. ad 4. In secundo vt 12. ad 7. In tertio, vt 18. ad 10. &c. Nam conoides parabolicum ex CDBA, cum sit ad sphæram ex semicirculo BEA, vt triplus numerus ad vnitatem, ex schol. 2. proposit. 56. & cum sit sphæra æqualis excessui solidi ex CGBA, supra conoides ex CDBA, ex statim supra dictis: erit conoides ad dictum excessum vt idem triplus numerus ad vnitatem. Quare componendo, per conuersionem rationis, & conuertendo, erit conoides ad totum solidum, vt triplus numerus ad triplum numerum vnitate auctum. Sed cylindrus ex OA, est ad conoides in ratione dupla: nempe vt sextuplus numerus ad triplum numerum. Quare ex æquali, erit cylindrus ad solidum, vt sextuplus numerus ad triplum numerum vnitate auctum. Quod &c.

PROPOSITIO LXI.

Centrum grauitatis cuiuslibet horum solidorum ita secabit ipsius axim, vt pars ad verticem sit ad reliquam, vt rectangulum sub binario, & sub triplo numero vnitate

tate aucto, minus triente rectanguli dicti vnitate aucti, ad hunc eundem trientem rectanguli vnitate aucti.

NEmpe in primo, vt 5. ad 3. In secundo, vt 9. ad 5. In tertio, vt 13. ad 7. Et sic in infinitum. Supponamus BA, sectam bifariam in F, vt sit F, centrum grauitatis excessus solidi ex CGBA, supra conoides parabolicum ex CDBA. Rursum supponamus eandem BA, sic sectam in Q, vt BQ, sit dupla QA. Sic Q, erit centrum grauitatis conoidis ex CDBA. Tandem supponamus FQ, sic sectam in k, vt sit Fk, ad KQ, reciprocè, vt conoides ex CDBA, ad excessum solidi ex CGBA, supra ipsum. Erit k, centrum totius solidi ex CGBA. Dico esse Bk, ad KA, in ratione prædicta. Namque cum sit Fk, ad kQ, vt conoides ad dictum excessum, qui æquatur sphæræ ex BEA: & ideò ex schol. 2. proposit. 56. vt triplus numerus ad vnitatem. Erit componendo, FQ, ad Qk, vt triplus numerus vnitate auctus, ad vnitatem. Cumque FQ, sit vna sexta BA; & ideò quorum FQ, est triplus numerus vnitate auctus, sit BA, numerus æqualis rectangulo sub senario, & sub triplo numero vnitate aucto. Erit BA, ad kQ, vt tale rectangulum ad vnitatem. Porò quoniam BA, est tripla AQ, erit BA, ad AQ, vt dictum rectangulum ad sui trientem. Ergo erit BA, ad totam kA, vt rectangulum sub senario, & sub triplo numero vnitate

te

te aucto, ad rectangulum sub binario, & sub triplo numero vnitate aucto, vnitate auctum. Et vt horum tertiæ partes: nempe vt rectangulum sub binario, & sub triplo numero vnitate aucto, ad trientem consequentis. Quare etiam diuidendo, erit Bk, ad kA, vt rectangulum sub binario, & sub triplo numero vnitate aucto, minus triente rectanguli sub binario, & sub triplo numero vnitate aucto, vnitate aucti, ad hunc eundem trientem. Quod &c.

PROPOSITIO LXII.

Qualibet semifigura CGBA, est semiportio circuli, cuius diameter, quæ sit IB, se habet ad BA, vt numerus solidi vnitate auctus ad vnitatem.

V. G. Si CGBA, sit prima figura, sit IB, dupla BA. Si secunda tripla. Si tertia quadrupla. Et sic in infinitum.

Namque quadratum CA, est æquale tot quadratis BA, quotus est numerus, vt constat ex genesi solidorum: nempe rectangulo sub BA, & sub tot BA, quotus est numerus solidorum: nempe rectangulo IAB (quia cum IB, sit ad BA, vt numerus vnitate auctus ad vnitatem; est diuidendo, IA, ad AB, vt numerus ad vnitatem.) Accipiatur in BA, quodlibet punctum F, per quod ordinatim applicetur FG. Quoniam quadratum GF, æquatur tot quadratis EF, quotus est numerus vnitate au-

ctus,

ctus, & tot quadratis B F, quotus est numerus ; & quia tot quadratis E F, F B, quotus est numerus, æquantur tot quadrata B E, quotus est numerus: quadrato G F, æquabuntur tot quadrata E B, quotus est numerus, seù tot rectangula A B F, vna cum vnico quadrato E F, seù cum rectangulo A F B. Sed tot rectangulis A B F, quotus est numerus æquatur

rectangulum sub IA, & sub BF (quia IA, ad AB, vt numerus, ad vnitatem.) Et rectangulum sub IA, FB, cum rectangulo AFB, æquatur rectangulo IFB. Ergo rectangulum IFB, erit æquale quadrato GF. Et hoc vbilibet. Ergo CGBA, erit semiportio circuli, cuius diameter BI. Quod &c.

SCHOLIVM.

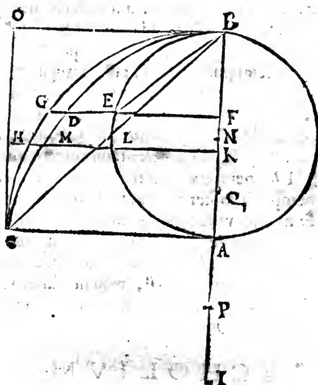
Cum ergo hæc infinita conicoidea sextæ speciei sint portiones minores sphæræ, vt explicatum fuit (primo excepto, quod iam patuit fore hemisphærium, sicuti etiam deducitur in præsentiarum, quia in ipso BA, AC, æquales;) & cum supra assignatæ fuerint regulæ generales notandi hemisphærij, & omnium portionum sphærarum mensuras, ac centra grauitatis; illæ poterunt applicari etiam infinitis illis solidis. Quæ tamen omnia specialitùs pro his tradita fuerunt in proposit. 60. & 61.

Sed antequam vlteriùs procedamus, forsitan haud erit iniucundum medicum temporis impendere explicationi cuiusdam circuli, seù sphæræ proprietatis.

PROPOSITIO LXIII.

Si axis cuiuslibet sphæræ portionis sit etiam diameter sphæræ. Excessus portionis supra sphæram, tam secundum totum,

totum, quam secundum partes proportionales erit æqualis conoidi parabolico quadratico super eadem basi, & circa eundem axim cum portione.



ESto CGBA, quęlibet semiportio circuli; CDBA, sit semiparabola quadratica; & BEA, sit semicirculus; quæ omnia intelligantur ro-

 tari

tari circa axim BA. Dico excessum portionis ex CGBA, supra sphæram ex BEA, æqualem fore tam secundum totum, quam secundum partes proportionales conoidi ex CDBA. Sit BI, diameter totius sphęrę. Namque quadratum CA, est ad quadratum GF, ad arbitrium ordinatim applicatæ, vt rectangulum IAB, ad rectangulum IFB. Sed est etiam idem quadratum CA, ad quadratum EF, vt idem rectangulum IAB, ad rectangulum AFB (propter ęqualitatem horum trium rectangulorum illis tribus quadratis.) Ergo erit idem quadratum CA, ad differentiam quadratorum GF, FE, vt rectangulum IAB, ad differentiam rectangulorum IFB; AFB: nempe ad rectangulum sub IA, & sub FB: nempe (propter commune latus IA) vt AB, ad BF: nempe vt idem quadratum CA, ad quadratum DF. Sunt ergo differentia quadratorum GF, FE, & quadratum DF; & consequenter armilla ex GE, & circulus radij DF, æquales inter se. Et quia F, est punctum arbitrarium; etiam excessus æqualis conoidi. Quod &c.

SCHOLIVM.

Patet ergo cylindrum ex OA, duplum fore dicti excessus.

Item centrum grauitatis vel totius dicti excessus, vel cuiuslibet eius partis ad verticem genitæ ex GBE, sic diuidere BA, vel BF, vt partes ter-

mi-

minatæ ad B, duplæ extent partium terminatarum ad A, vel F.

Item Q, centrum grauitatis partis dicti excessus v.g. ex CGEA, sic diuidere FA, vt FQ, sit ad QA, vel vt duplum quadratum CA, cum quadrato DF, ad duplum quadratum DF, cum quadrato CA, vel vt dupla AB, cum BF, ad duplam BF, cum BA.

Item N, centrum grauitatis portionis excessus ex segmento intermedio HGEL, sic diuidere Fk, vt FN, sit ad Nk, vel vt duplum quadratum Mk, cum quadrato DF, ad duplum quadratum DF, cum quadrato MK; vel vt dupla KB, cum BF, ad duplum BF, cum Bk.

Item cylindrus circumscriptus segmento ad basim dicti excessus ex CGEA, erit ad ipsum, vel vt duplum quadratum CA, ad quadrata CA, DF; vel vt dupla AB, ad AB, BF.

Hæc enim omnia alibi de conoide parabolico probata fuere.

Verùm antequam primæ huic parti finem imponamus, per optimum iudicamus explicare nonnulla geometrica; in primisque passionem aliquam communem solidis rotundis ex circulo, & sphæræ, sphæroidi, & conoidibus parabolico, & hyperbolico. Ex qua, & ex aliàs ostensis à nobis licebit quædam confirmare, & aliqua centra grauitatis indagare.

PRO-

PROPOSITIO LXIV.

Si in qualibet circuli, vel ellipsis semiportione, & in qualibet semiparabola quadratica, vel semihyperbola ducatur linea à vertice ad basis extremitatem, & ducantur duæ ad axim ordinatim applicatæ. Excessus quadratorum harum supra quadrata interceptarum inter ductam, & axim, erunt ad inuicem, vt rectangula sub partibus axis.

ADBC, sit quælibet semiportio circuli, vel ellipsis, vel semiparabola quadratica, seu semihyperbola, quarum omnium axis BC: basis AC, & sit ducta BA, ac sint duæ DEF, GHk, ordinatim applicatæ ad axim BC. Dico excessum quadrati GK, supra quadratum Hk, ad excessum quadrati DF, supra quadratum EF, esse vt rectangulum CkB, ad rectangulum CFB.

Supponamus primo ADBC, esse semiparabolam quadraticam. In qua, quoniam quadratum AC, est ad quadratum Gk, vt CB, ad Bk; nempe (sumpta communi altitudine CB) vt quadratum CB, ad rectangulum CBk. Et quadratum AC, idem, est ad quadratum HK, vt quadratum CB, ad quadratum Bk. Erit quadratum AC, ad excessum quadrati Gk, supra quadratum Hk, vt quadratum CB, ad excessum rectanguli CBk, supra quadratum BK. Nempe ad rectangulum CkB.

Et

Et conuertendo, erit differentia quadratorum GK, kH, ad quadratum AC, vt rectangulum CKB, ad quadratum CB. Pariter, quoniam vt quadratum AC, ad quadratum DF, sic CB, ad BF. Nempe sic quadratum CB, ad rectangulum CBF. Et vt quadratum AC, ad quadratum EF, sic quadratum CB, ad quadratum BF. Erit etiam vt quadratum AC, ad differentiam quadratorum DF, FE, sic quadratum CB, ad rectangulum CFB, differentiam rectanguli CBF, & quadrati BF.

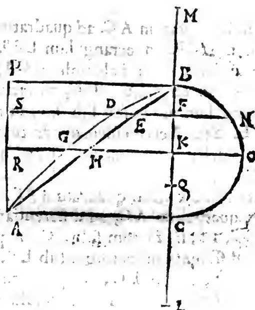
Erat

Erat autem supra differentia quadratorum Gk, kH, ad quadratum AC, vt rectangulum CkB, ad quadratum CB. Ergo ex æquali, erit rectangulum CkB, ad rectangulum CFB, vt differentia quadratorum GK, KH, ad differentiam quadratorum DF, FE.

Si autem supponeremus ADBC, esse circuli quamlibet semiportionem; res est probata in proposit. 45. Miscell. Hyperbol. in qua etiam, per analogiam, est deducta ad semiportionem ellipsis. Sed libet nunc hoc vniuersaliter ostendere de semiportionibus ambarum figurarum.

Supponamus ergo ADBC, esse semiportionem circuli, vel ellipsis; & esto BL, diameter illorum. Quadratum AC, est ad quadratum Gk, vt rectangulum LCB, ad rectangulum LkB. Nempe (sumpta communi altitudine BC,) vt factum sub LC, in quadratum BC, ad factum sub CB, in rectangulum LkB; seu sub Lk, in rectangulum CBk. Pariter idem quadratum AC, est ad quadratum Hk, vt quadratum CB, ad quadratum Bk. Nempe (sumpta communi altitudine LC) vt factum sub LC, in quadratum CB, ad factum sub LC, in quadratum kB. Ergo quadratum AC, erit ad differentiam quadratorum Gk, kH, vt factum sub LC, in quadratum CB, ad differentiam facti sub Lk, in rectangulum CBk, & facti sub LC, in quadratum KB. Nempe ad factum sub Ck, in rectangulum CBK, vna cum facto sub LC, in re-

ctan-



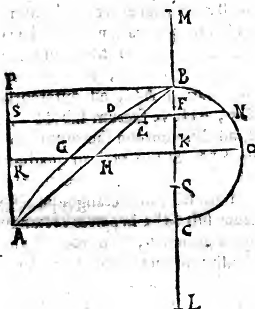
ctangulum CKB (factum namque sub LK, in rectangulum CBK, diuiditur in factum sub CK, in rectangulum CBK, vna cum facto sub eodem rectangulo in LC. Quod postea diuiditur in facta sub LC, in partes rectanguli CBK; nempe in quadratum KB, & in rectangulum CKB.) Erit ergo conuertendo, differentia quadratorum GK, KH, ad quadratum AC, vt factum sub Ck, in rectangulum CBk, seù factum sub CB, in rectangulum CkB, vna cum facto sub LC, in rectangulum CkB

 (quæ

(quæ duo facta sunt æqualia facto sub BL, in rectangulum CKB) ad factum sub LC, in quadratum CB.

Rursum, est quadratum AC, ad quadratum DF, vt rectangulum LCB, ad rectangulum LFB. Nempe (sumpta rursus communi altitudine CB) vt factum sub LC, in quadratum CB, ad factum sub CB, in rectangulum LFB; seu sub LF, in rectangulum CBF. Sed est etiam idem quadratum AC, ad quadratum EF, vt quadratum CB, ad quadratum BF. Nempe vt factum sub LC, in quadratum CB, ad factum sub LC, in quadratum BF. Quare erit etiam vt quadratum AC, ad differentiam quadratorum DF, FE, sic factum sub LC, in quadratum CB, ad differentiam factorum sub LF, in rectangulum CBF, & sub LC, in quadratum BF. Nempe ad factum sub LB, in rectangulum CFB (rursum enim vt prius, factum sub LF, in rectangulum CBF, diuiditur in factum sub CF, in rectangulum CBF, vna cum facto sub LC, in dictum rectangulum. Quod postea diuiditur in facta sub LC, & sub partibus illius rectanguli: nempe sub quadrato BF, & rectangulo CFB. Facta verò sub CF, in rectangulum CBF, seu sub CB, in rectangulum CFB, vna cum facto sub LC, in idem rectangulum CFB, faciunt factum sub BL, in rectangulum CFB.) Erat autem supra differentia quadratorum GK, KH, ad quadratum AC, vt factum sub BL, in rectangulum CKB, ad factum sub LC, in

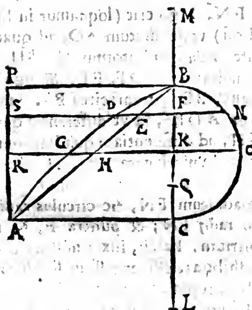
qua-



quadratum CB. Quare ex æquali, erit differentia quadratorum Gk, KH, ad differentiam quadratorum DF, FE, vt factum sub BL, in rectangulum CKB, ad factum sub BL, in rectangulum CFB. Nempe vt rectangulum CkB, ad rectangulum CFB.

Sed supponamus ADBC, esse semihyperbolam, cuius diameter transuersa MB. In ipsa est quadratum AC, ad quadratum Gk, vt rectangulum MCB, ad rectangulum MkB. Nempe vt factum

sub MC, in quadratum CB, ad factum sub BC, in rectangulum MkB; seù ad factum sub MK, in rectangulum CBk. Pariter est vt quadratum AC, ad quadratum HK, sic quadratum CB, ad quadratum BK. Nempe sic factum sub MC, in quadratum CB, ad factum sub MC, in quadratum KB. Ergo erit quadratum AC, ad differentiam quadratorum GK, KH, vt factum sub MC, in quadratum CB, ad differentiam factorum sub MK, in rectangulum CBK, & sub MC, in quadratum KB. Nempe ad factum sub MB, in rectangulum BKC (factum enim sub Mk, in rectangulum CBK, diuiditur in factum sub MK, in partes rectanguli CBk; nempe in quadratum KB, & in rectangulum CKB. Hoc verò diuiditur in facta sub kB, in rectangulum BkC, seù sub CK, in quadratum KB, & sub MB, in rectangulum BkC. Facta autem sub MK, in quadratum kB, & sub CK, in idem quadratum, componunt factum sub MC, in quadratum kB.) Quare conuertendo, erit differentia quadratorum Gk, KH, ad quadratum AC, vt factum sub MB, in rectangulum BKC, ad factum sub MC, in quadratum CB. Eodem modo ostendetur esse quadratum AC, ad differentiam quadratorum DF, FE, vt factum sub MC, in quadratum CB, ad factum sub MB, in rectangulum BFC. Quare ex æquali, concludetur esse differentiam quadratorum Gk, kH, ad differentiam quadratorum DF, FE, vt factum sub MB, in rectangulum BkC, ad factum sub MB, in rectangulum



lum BFC. Nempè vt rectangulum BkC, ad rectangulum BFC. Patet ergo veritas propositionis in omnibus dictis figuris.

SCHOLIVM I.

Nunc intelligamus super BC, diametro esse semicirculum, vel semiellipsim, vel super basi BC, esse parabolam quadraticam. In circulo, vel ellipsi est vt rectangulum CKB, ad rectangulum CFB, sic qua-

dra-

dratum KO, ad quadratum FN. In parabola autem est vt rectangulum CKB, ad rectangulum CFB, sic KO, ad FN. Ergo erit (loquamur in solo circulo, & ellipsi) vt quadratum kO, ad quadratum FN, sic differentia quadratorum Gk, kH, ad differentiam quadratorum DF, FE. Si ergo intelligamus ADBC, BOC, rotari circa BC. Cum in solido genito ex ADBC, sit vt differentia quadratorum GK, KH, ad differentiam quadratorum DF, FE, sic armilla circularis genita ex GH, ad armillam circularem genitam ex DE; & cum vt quadratum kO, ad quadratum FN, sic circulus radij kO, ad circulum radij FN; & puncta F, K, sumpta sint ad arbitrium. Patet, iuxta nostras doctrinas sæpissime adhibitas, esse excessum solidi ex ADBC, circa BC, supra conum ex ABC, proportionaliter analogum cum sphæra, vel sphæroide ex BOC, tam in magnitudine, quam in grauitate; tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

SCHOLIVM II.

Ex hac ergo doctrina generali, patet illud, quod particulariter docuimus de sphæræ portione, & per analogiam de portione sphæroidis in proposit. 45. Miscel. Hyperb. Item patet, quod docuimus in prop. 46. Nimirum. Si in quolibet conoide hyperbolico, & parabolico quadratico; item in qualibet sphæra, vel sphæ-

ſphæroidis portione inſcribatur conus. Centrum grauitatis exceſſuum prædictorum ſolidorum ſupra ſuos conos erit in medio puncto diametri ipſorum. Nam exceſſus illorum ſolidorum cum ſit proportionaliter analogus cum ſphæra: eodem modo ſecabuntur axes ipſorum à centris grauitatis. Cumque ex dicta propoſit. 46. deducta ſit propoſitio 47. quæ vtique videtur aliqualis conſiderationis, illa etiam poterit deduci ex præſenti.

Sed inſuper poterimus deducere ſequentes notitias,

tias, quarum prima est. Quod si B C, secetur bifariam in K, & ordinatim applicetur G H K. Centrum grauitatis solidi ex G D B H, reuoluta circa B C, sic secabit B K, vt pars ad B, sit ad reliquam vt 5. ad 3. Item sic secabitur C K, à centro grauitatis solidi ex A G H. Quia hæ partes sunt proportionaliter analogæ cum hemisphærio, vel hemisphæroide.

Secundo. Si D F, ordinatim applicetur vtcunque. Centrum grauitatis solidi ex D B E, sic secabit B F, vt pars terminans ad B, sit ad partem terminatam ad F, vt quadrupla F C, cum F B, ad duplam F C, cum F B. Sic centrum grauitatis solidi ex D A E, sic secabit C F, vt pars terminans ad C, sit ad terminatam ad F, vt quadrupla B F, cum F C, ad duplam B F, cum F C. Quomodo diuiduntur B F, F C, à centris grauitatis portionum sphæræ ex F B N, C N F, ex proposit. 6.

Tertio. Si ordinatim applicentur duæ D F, G k. Centrum grauitatis solidi ex D E H G, reuoluta circa B C, habebitur vniuersaliter ex proposit. 8. in qua traduntur duo modi reperiendi centrum grauitatis segmenti intermedij sphæræ ex F N O k.

SCHOLIVM III.

Sed vice versa, ex traditis in hac proposit. & in schol. superiori in numero secundo, poterimus aptiùs

G H B K
M N P X L T V
O Q * 3 Z
R
E A D C F
I

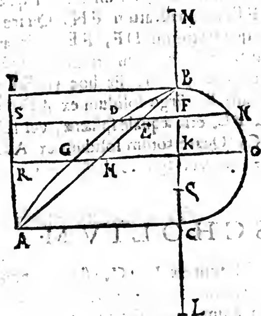
tiùs concinnare modum secundum inibi adhibitum reperiendi centrum grauitatis cuiuscunque segmenti sphæræ. Esto enim, vt ibidem, A P S C, segmentum intermedium sphæræ: non erit necesse, vt ibidem factum fuit, reperire centrum grauitatis frusti conoidis E N T F, & reliqua peragere, quæ inibi conspiciuntur necessaria pro inuentione centri grauitatis excessus segmenti A P S C, supra frustum conicum A Q 3 C. Sed statim secta D L, in ✠, vt sit D ✠, ad ✠ L, vt quadrupla B L, cum L D, ad

duplam BL, cum LD, esset inuentum ⁜, centrum grauitatis excessus prædicti. In reliquis sequenda erit demonstratio ibidem posita. Sed & alia colligi poterunt, quæ nunc explicabimus.

PROPOSITIO LXV.

Qualibet portio sphæræ, vel sphæroidis; item quodlibet conoides parabolicum, vel hyperbolicum, erunt æqualia cono super eadem basi, & circa eundem axim, & cuidam sphæræ, vel sphæroidi, cuius vnus axis idem cum axi portionis, vel conoidis, alius (secto axi bifariam, & ordinatim applicata linea) possit excessum quadrati huius ordinatim applicatæ, supra quadratum partis huius interceptæ inter axim, & latus trianguli genitoris coni.

ESto AGBC, quælibet semiportio circuli, vel ellipsis, vel quælibet semiparabola, aut semihyperbola, quarum axis BC, basis AC, & ducta BA, sectaque bifariam, BC, ac ordinatim applicata GHk, ducatur KO, normalis BC, potens excessum quadrati Gk, supra quadratum Hk; & intelligamus semicirculum, aut semiellipsim BOC; & cogitemus tam AGBC, quam BOC, rotari circa BC. Dico solidum ex AGBC, æquale fore cono ex ABC, & sphæræ, vel sphæroidi ex BOC. Tota ergo res reducitur ad hoc, vt probetur, excessum solidi ex AGBC, supra conum, æqualem fore sphæræ, vel sphæroidi. Quod facilè con-



constabit. Nam cum excessus quadrati G K, supra quadratum H k, sit æqualis quadrato k O: etiam armilla circularis ex G H, erit æqualis circulo radij k O. Sumatur vbilibet in B C, punctum F, per quod ordinatim applicentur F E D, F N. Ex proposit. anteced. excessus quadrati G k, supra quadratum H k, est ad excessum quadrati D F, supra quadratum F E, vt rectangulum C K B, ad rectangulum C F B. Nempe (propter circulum, aut ellipsim) vt quadratum K O, ad quadratum F N. Qua-

re & permutando, vt differentia quadratorum Gk, kH, ad quadratum kO, sic differentia quadratorum DF, FE, ad quadratum FN. Quare etiam differentia quadratorum DF, FE, erit æqualis quadrato FN. Quare etiam armilla ex DE, erit æqualis circulo radij FN. Et hoc vbicunque sumatur punctum F. Ergo solidum ex ADBC, reuoluta circa BC, erit æquale sphæræ, vel sphæroidi ex BOC. Quare totum solidum ex ADBC, erit æquale sphæræ, vel sphæroidi, & cono ex ABC. Quod &c.

SCHOLIVM.

Diximus solidum ex BOC, esse sphæram, vel sphæroides. Quod sano modo est intelligendum. In portionem enim sphęrę semper erit sphæroides, cuius minor semiaxis BK, maior kO, semper æqualis AH, dimidiæ AB. Quod etiam probatur à nobilissimo viro, & geometra solertissimo Ricardo Albio Anglo in suo hemisphęrio dissecto propos. 41. in qua præsens propositio in sphęrę portione duntaxat ostenditur. Et patet manifestissimè. Quia (propter circulum) differentia quadratorum Gk, kH, est æqualis rectangulo AHB. Patet autem rectangulorum ex partibus AB, diuisæ in puncto, maximum fore rectangulum AHB, quandò nimirum AB, secatur bifariam in H. Cumque, in hoc casu, quadratum kO, sit ęquale rectangulo AHB:

patet

patet KO, ęqualem fore AH, dimidiæ AB. Et consequenter kO, maiorem fore kB: sicuti dimidium AB, maius est dimidio BC.

In portione autem sphęroidis potest esse & sphęra, & sphęroides. Sphęra, quotiescunque ordinatim applicata Gk, secans BC, bifariam, esset dimidia AB. Quia tunc, cum quadratum GK, esset æquale quadrato HB: nempe quadratis Bk, kH: esset differentia quadratorum GK, kH, ęqualis quadrato BK; seu rectangulo BkC. Cum ergo rectangulo

gulo BkC, esset æquale quadratum kO. Patet propositum. Quandò autem Gk, esset maior, vel minor HB, besse AB, semper BOC, esset semiellipsis, cuius semiaxis kO, esset maior kB, quandò Gk, foret maior HB; minor, quandò minor. Quæ autem dicta sunt de sphęroidis portione, intelligenda etiam veniunt in conoidibus parabolico, & hyperbolico. Verum hęc doctrina est aptiùs digerenda.

PROPOSITIO LXVI.

Si axis conoidis parabolici sit æqualis suo lateri recto. Excessus ipsius supra conum, est æqualis sphæra, vt explicatum fuit.

ESto ergo AGBC, semiparabola quadratica, cuius latus rectum BP. Si BC, axis conoidis sit ęqualis BP. Dico solidum ex BOC, quod ex propofit. anteced. est ęquale excessui conoidis ex AGBC, supra conum ex ABC, esse sphęram. Nam tunc AC, erit ęqualis CB: quia quadratum AC, quod ex vi parabolæ est ęquale rectangulo CBP, erit etiam æquale quadrato CB. Et consequenter AC, ęqualis CB. Quare etiam Hk, erit ęqualis Bk. Cum verò etiam quadratum Gk, sit ęquale rectangulo KBP, seù KBC: nempe quadrato Bk, & rectangulo CkB. Et pariter idem quadratum GK, sit ęquale quadrato Hk; & excessui ipsius supra qua-

dra-

dratum HK. Si ęqualia demantur, nempe quadrata HK, KB: erit exceſſus quadrati GK, ſupra quadratum HK, ſeù quadratum KO, ęquale rectangulo CKB. Quare COB, ſemicirculus: & ſolidum ex ipſo ſphęra. Quod &c.

PROPOSITIO LXVII.

Si in qualibet ſemiparabola quadratica ordinatim applicetur à medio puncto ſui axis ſecans latus trianguli inſcripti,

Erit

Erit excessus quadrati ordinatim applicatæ, supra quadratum interceptæ inter axim, & latus trianguli, ipsi æqualis.

IN semiparabola A G B C, secto bifariam axi B C, in K, sit ordinatim applicata G K. Dico excessum quadrati G K, supra quadratum K H, esse æqualem quadrato H k. Nam, quoniam C B, est dupla B k: etiam quadratum A C, duplum erit quadrati G K. Sed idem quadratum A C, est quadruplum quadrati H K. Ergo quadratum G K, erit duplum quadrati H K. Et consequenter excessus quadrati G K, supra quadratum H K, erit ipsi æqualis. Quod &c.

SCHOLIVM.

Patet ergo rursum, quod suppositis ijsdem, quæ supra, si A C, sit æqualis C B; B O C, erit semicirculus. Nam tunc excessus quadrati G K, supra quadratum H K: nempe quadratum K O, erit æqualis quadrato H k, seù quadrato k B (quia tunc H k, K B, æquales:) nempe rectangulo B K C.

Si verò A C, erit minor C B; B O C, erit emiellipsis, cuius minor semiaxis k O. Quia cum H k, sit minor K B; erit quadratum H K, nempe differentia quadratorum G k, k H; nempe quadratum K O, minus quadrato B k: seù rectangulo B K C.

Si denique A C, erit maior C B; erit B O C, semi-
elli-

G H B K
M N T Y L R 2 T f
O 2 S X 3 Z
R
E A D C F
I

ellipsis, cuius maior semiaxis K O. Quod facilè patebit eodem discurrendo modo.

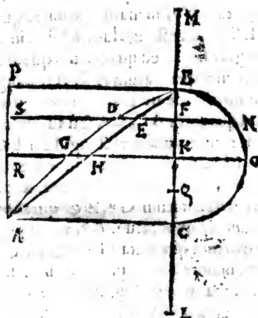
PROPOSITIO LXVIII.

Si in qualibet sphæroidis portione, quadratum diametri basis sit ad quadratum axis, ut rectangulum sub axi portionis, & sub axi reliquæ portionis, ad rectangulum sub dimidio axis portionis, & sub composita ex hoc dimidio, & ex axi reliquæ portionis, minus quadrante rectanguli sub

axi portionis, & sub axi reliquæ portionis. Excessus portionis supra conum, vt explicatum fuit, erit æqualis sphæræ. Si sit in maiori ratione; dictus excessus erit æqualis sphæroidi cuius minor axis, axis portionis. Si in minori; erit æqualis sphæroidi, cuius axis portionis maior axis.

NVnc intelligamus AGBC, esse semiportionem ellipsis, vt ex reuolutione ipsius circa BC, sicuti & trianguli ABC, gignantur portio sphæroidis, & conus. Item sit BOC, figura, ex cuius gyratione circa BC, generetur solidum æquale excessui portionis sphæroidis ex AGBC, supra conum ex ABC. Dico primo, quod si quatuor quadrata AC (nempe quadratum duplæ AC, diametri basis portionis) sint ad quadratum CB, vt rectangulum LCB, ad rectangulum LKB (supposita BC, secta bifariam in K, & BL, tota diametro ellipsis) minus quarta parte rectanguli LCB; erit solidum ex BOC, sphæra. Nam cum sint quatuor quadrata AC, ad quadratum CB, vt rectangulum LCB, ad rectangulum LKB, minus quadrante rectanguli LCB. Et cum sint quatuor quadrata AC, ad vnum quadratum AC, vt rectangulum LCB, ad sui quadrantem. Erunt quatuor quadrata AC, ad quadrata simul AC, CB, seu ad quadratum AB, vt rectangulum LCB, ad rectangulum LKB. Sed pariter vt rectangulum LCB, ad rectangulum LKB, sic quadratum AC, ad quadratum GK: nempe sic quadruplum quadratum AC, ad quadruplum quadra-

con-



tum G k. Ergo quatuor quadrata A C, ad quadratum A B, & ad quadruplum quadratum G k, erunt in eadem ratione. Quare quadratum A B, erit æquale quatuor quadratis G K. Et consequenter G k, dimidia A B. Quare ex schol. prop. 65. erit solidum ex B O C, sphæra.

Sed quatuor quadrata A C, sint ad quadratum C B, in maiori ratione, quam rectangulum L C B, ad rectangulum L K B, minus quadrante rectanguli L C B. Dico secundo, quod solidum ex B O C, erit

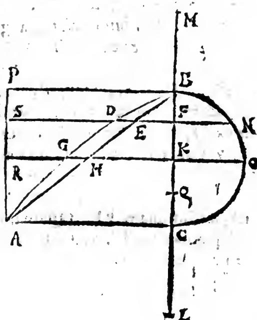
sphæroides, cuius BK, semiaxis minor. Nam ferè eodem modo ratiocinando, quatuor quadrata A C, sunt ad quadratum GB, in maiori ratione, quam rectangulum LCB, ad rectangulum LkB, minus quadrante rectanguli LkB. Sed quadratum quadruplum A C, est ad vnicum quadratum A C, vt rectangulum LCB, ad sui quadrantem. Ergo quatuor quadrata A C, erunt ad quadrata A C, CB, seu ad quadratum AB, in maiori ratione, quam rectangulum LCB, ad rectangulum LkB. Sed vt rectangulum LCB, ad rectangulum LKB, sic quadruplum quadratum A C, ad quadruplum quadratum GK. Ergo quatuor quadrata A C, erunt ad quadratum AB, in maiori ratione, quam ad quatuor quadrata GK. Quare quatuor quadrata GK, maiora erunt quadrato BA. Et consequenter GK, maior erit dimidia BA, nempe BH. Quare ex schol. citato KO, maior erit BK.

Si verò quatuor quadrata A C, sint ad quadratum CB, in minori ratione quam rectangulum LCB, ad rectangulum LkB, minus quadrante rectanguli LCB. Dico tertio, quod solidum ex BOC, erit sphæroides, cuius minor semiaxis kO. Quod lector poterit probare insequendo vestigia demonstrationum supra adductarum. Patet ergo propositum.

SCHOLIVM I.

Sed supradicta propositio posset faciliùs proponi. Dicendo sic. Si quadratum radij basis sit ad

qua-



quadratum axis, vt axis reliquæ portionis ad axim ſphæroidis. Exceſſus portionis ſupra conum erit æqualis ſphæræ. Si ſit in maiori ratione, vel in minori: exceſſus erit æqualis ſphæroidi, vt explicatum fuit. Quod patet. Quia rectangulum LCB, eſt ad rectangulum LkB, minus quadrante rectanguli LCB, vt dupla LC, ad compoſitam ex Ck, & ex dimidia LC: nempe ad dimidiam BL. Nam rectangulum LCB, æquatur rectangulo ſub dupla LC, in CK. Rectangulum verò LkB, æquatur rectangulo

LkC:

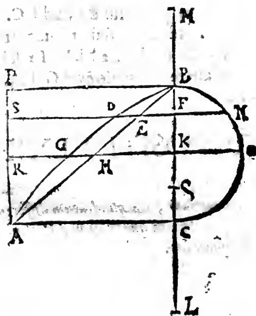
L k c: nempe quadrato k c, & rectangulo L c k. A' quo dempto quadrante rectanguli L c B, nempe dimidio rectanguli L c k. Residuum erit rectangulum sub composita ex besse L c, & ex c k, in c k. Erit ergo rectangulum L c B, ad rectangulum L k B, minus quadrante rectanguli L c B, vt rectangulum sub dupla L c, in c k, ad rectangulum sub composita ex dimidia L c, & ex c k, in c k. Nempe (propter commune latus c k) vt dupla L c, ad compositam ex dimidia L c, & ex c k: nempe ad dimidiam B L. Erit ergo quadruplum quadratum A c, ad quadratum c B, vt dupla L c, ad dimidiam B L. Quare quadratum A c, erit ad quadratum B c, vt dimidia L c, ad dimidiam L B: nempe vt L c, ad L B. Reliqua ergo patebunt ex supra dictis.

SCHOLIVM II.

Patet ergo manifestissimè, quod ad hoc vt in portione sphæroidis ex A G B C, solidum ex B O C; æquale excessui portionis sphęroidis supra conum ex A B C, sit sphęra, requiritur necessariò vt A C, radius basis sit minor C B, axi.

PROPOSITIO LXIX.

Dato triangulo rectangulo A B C. Inuenire A G B C, semiportionem ellipsis, vt ipsa rotata circa B C, & super diametro B C, facto semicirculo B O C, ac pariter rotato



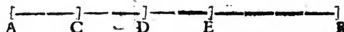
tato circa BE, sphæra genita sit æqualis excessui portionis sphæroidis ex AGBC, supra conum ex ABC.

Fiat vt AC, ad CB, sic CB, ad BM. Erit BM, maior AC. Patet ex scholio antecedent. Cum enim BC, debeat esse maior AC, erit BM, multo maior AC. Fiat vt excessus MB, supra AC, ad AC, sic BC, ad CL, ei positam in directum. Et inueniatur semiellipsis, cuius vnus axis BL, ordinatim verò applicata AC, cuius semiportio sit AGBC. Dico hanc

hanc esse quęsitam. Nam, cum sit vt excessus BM, supra AC, ad AC, sic BC, ad CL; erit etiam componendo, vt MB, ad AC, sic BL, ad LC. Et conuertendo, vt AC, ad BM; seù vt quadratum AC, ad quadratum CB, sic LC, ad LB. Ex schol. ergo primo proposit. anteced. portio ex AGBC, erit qualis requiritur.

PROPOSITIO LXX.

Si quatuor rectę lineę fuerint continuè proportionales. Erit vt prima ad tertiam, ita quadratum differentię inter primam, & tertiam, ad quadratum differentię inter secundam, & quartam.



Sint quatuor continuè proportionales AB, CB, DB, EB, vt AD, sit differentia inter primam, & tertiam, & CE, sit differentia inter secundam, & quartam. Dico esse vt AB, prima, ad tertiam DB, sic quadratum AD, ad quadratum CE. Nam ex proposit. 7. lib. prim. de Infinit. Parab. etiam AC, CD, DE, ipsarum differentiæ erunt continuè proportionales in proportione ipsarum AB, BC, BD, BE. Erit ergo vt AB, ad BC, sic tam AC, ad CD, quam CD, ad DE. Ergo & vt AB, ad BC, sic duæ AC, CD, ad duas CD, DE; nempe sic AD, ad CE. Sed

AB,

AB, ad BD, est in duplicata ratione AB, ad BC. Ergo etiam erit in duplicata ratione AD, ad CE. Nempe erit vt quadratum AD, ad quadratum CE. Quod &c.

PROPOSITIO LXXI.

Datis rectis BL, CA. Erigere ab aliquo puncto C, ipsius BL, dictam CA, & inuenire semiportionem ellipsis AGBC, vt rotata ipsa circa BC, &c. Solidum ex BOC, fit sphæra.

AD hoc, vt problema construi possit, oportet vt AC, minor sit BL. Etenim cum ex schol. 2. propos. 68. minor sit CB, erit multo minor LB. Data ergo LB, maiori extremarum in ordine quatuor continuè proportionalium, & CA, differentia secundæ, & quartæ, inueniatur CB, differentia primæ, & tertiæ (quomodo autem huiusmodi problemata solida construantur edoctum fuit à quamplurimis; sed Herculeas metas in infinitum transcendit nobilissimus, & clarissimus Geometra Renatus Franciscus Slusius Leodiensis in suo admirabili Mesolabo, in quo hæc infinitis enucleat modis per circulum, & ellipsim; & per circulum, & hyperbolam) & à puncto C, erigatur CA, & diametro LB, ordinatim applicata AC, inueniatur semiellipsis, cuius semiportio AGBC, erit quæsita. Namque, quum in serie quatuor continuè proportiona-

Erit excessus quadrati ordinatim applicatæ, supra quadratum interceptæ inter axim, & latus trianguli, ipsi æqualis.

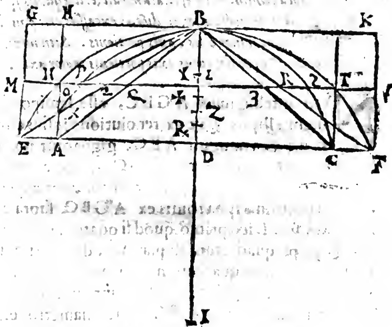
IN semiparabola AGBC, secto bifariam axi BC, in K, sit ordinatim applicata GK. Dico excessum quadrati GK, supra quadratum KH, esse æqualem quadrato Hk. Nam, quoniam CB, est dupla Bk: etiam quadratum AC, duplum erit quadrati GK. Sed idem quadratum AC, est quadruplum quadrati HK. Ergo quadratum GK, erit duplum quadrati HK. Et consequenter excessus quadrati GK, supra quadratum HK, erit ipsi æqualis. Quod &c.

SCHOLIVM.

Patet ergo rursum, quod suppositis ijsdem, quæ supra, si AC, sit æqualis CB; BOC, erit semicirculus. Nam tunc excessus quadrati GK, supra quadratum HK; nempe quadratum KO, erit æqualis quadrato Hk, seù quadrato kB (quia tunc Hk, KB, æquales:) nempe rectangulo BKC.

Si verò AC, erit minor CB; BOC, erit emiellipsis, cuius minor semiaxis kO. Quia cum Hk, sit minor KB; erit quadratum HK, nempe differentia quadratorum Gk, kH; nempe quadratum KO, minus quadrato Bk: seù rectangulo BKC.

Si denique AC, erit maior CB; erit BOC, semi-elli-



ellipsis, cuius maior semiaxis K O. Quod facilè patebit eodem discurrendo modo.

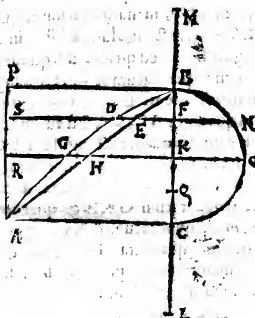
PROPOSITIO LXVIII.

Si in qualibet sphæroidis portione, quadratum diametri basis sit ad quadratum axis, vt rectangulum sub axi portionis, & sub axi reliquæ portionis, ad rectangulum sub dimidio axi portionis, & sub composita ex hoc dimidio, & ex axi reliquæ portionis, minus quadrante rectanguli sub

axi portionis, & sub axi reliquæ portionis. Excessus portionis supra conum, vt explicatum fuit, erit æqualis sphæræ. Si sit in maiori ratione; dictus excessus erit æqualis sphæroidi cuius minor axis, axis portionis. Si in minori; erit æqualis sphæroidi, cuius axis portionis maior axis.

NVnc intelligamus AGBC, esse semiportionem ellipsis, vt ex reuolutione ipsius circa BC, sicuti & trianguli ABC, gignantur portio sphæroidis, & conus. Item sit BOC, figura, ex cuius gyratione circa BC, generetur solidum æquale excessui portionis sphæroidis ex AGBC, supra conum ex ABC. Dico primo, quod si quatuor quadrata AC (nempe quadratum duplæ AC, diametri basis portionis) sint ad quadratum CB, vt rectangulum LCB, ad rectangulum LKB (supposita BC, secta bifariam in K, & BL, tota diametro ellipsis) minus quarta parte rectanguli LCB; erit solidum ex BOC, sphæra. Nam cum sint quatuor quadrata AC, ad quadratum CB, vt rectangulum LCB, ad rectangulum LKB, minus quadrante rectanguli LCB. Et cum sint quatuor quadrata AC, ad vnum quadratum AC, vt rectangulum LCB, ad sui quadrantem. Erunt quatuor quadrata AC, ad quadrata simul AC, CB, seu ad quadratum AB, vt rectangulum LCB, ad rectangulum LKB. Sed pariter vt rectangulum LCB, ad rectangulum LKB, sic quadratum AC, ad quadratum GK: nempe sic quadruplum quadratum AC, ad quadruplum quadra-

con-



tum G k. Ergo quatuor quadrata A C, ad quadratum A B, & ad quadruplum quadratum G k, erunt in eadem ratione. Quare quadratum A B, erit æquale quatuor quadratis G K. Et consequenter G k, dimidia A B. Quare ex schol. prop. 65. erit solidum ex B O C, sphæra.

Sed quatuor quadrata A C, sint ad quadratum C B, in maiori ratione, quam rectangulum L C B, ad rectangulum L K B, minus quadrante rectanguli L C B. Dico secundo, quod solidum ex B O C, erit

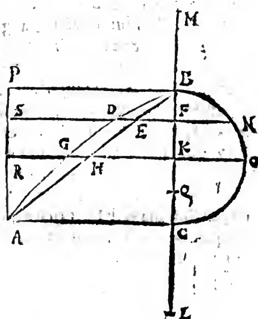
sphæroides, cuius BK, semiaxis minor. Nam ferè eodem modo ratiocinando, quatuor quadrata A C, sunt ad quadratum GB, in maiori ratione, quam rectangulum LCB, ad rectangulum LkB, minus quadrante rectanguli LkB. Sed quadratum quadruplum A C, est ad vnicum quadratum A C, vt rectangulum LCB, ad sui quadrantem. Ergo quatuor quadrata A C, erunt ad quadrata A C, CB, seu ad quadratum AB, in maiori ratione, quam rectangulum LCB, ad rectangulum LkB. Sed vt rectangulum LCB, ad rectangulum LkB, sic quadruplum quadratum A C, ad quadruplum quadratum GK. Ergo quatuor quadrata A C, erunt ad quadratum AB, in maiori ratione, quam ad quatuor quadrata GK. Quare quatuor quadrata GK, maiora erunt quadrato BA. Et consequenter GK, maior erit dimidia BA, nempe BH. Quare ex schol. citato KO, maior erit BK.

Si verò quatuor quadrata A C, sint ad quadratum CB, in minori ratione quam rectangulum LCB, ad ad rectangulum LkB, minus quadrante rectanguli LCB. Dico tertio, quod solidum ex BOC, erit sphæroides, cuius minor semiaxis kO. Quod lector poterit probare insequendo vestigia demonstrationum supra adductarum. Patet ergo propositum.

SCHOLIVM I.

Sed supradicta propositio posset faciliùs proponi. Dicendo sic. Si quadratum radij basis sit ad

qua-



quadratum axis, vt axis reliquæ portionis ad axim sphæroidis. Excessus portionis supra conum erit æqualis sphæræ. Si sit in maiori ratione, vel in minori: excessus erit æqualis sphæroidi, vt explicatum fuit. Quod patet. Quia rectangulum LCB, est ad rectangulum LkB, minus quadrante rectanguli LCB, vt dupla LC, ad compositam ex Ck, & ex dimidia LC: nempe ad dimidiam BL. Nam rectangulum LCB, æquatur rectangulo sub dupla LC, in CK. Rectangulum verò LkB, æquatur rectangulo

LkC:

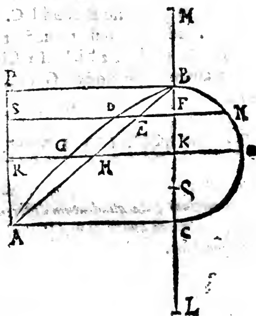
LkC: nempe quadrato kC, & rectangulo LCk. A quo dempto quadrante rectanguli LCB, nempe dimidio rectanguli LCk. Residuum erit rectangulum sub composita ex besse LC, & ex Ck, in Ck. Erit ergo rectangulum LCB, ad rectangulum LKB, minus quadrante rectanguli LCB, vt rectangulum sub dupla LC, in Ck, ad rectangulum sub composita ex dimidia LC, & ex Ck, in Ck. Nempe (propter commune latus Ck) vt dupla LC, ad compositam ex dimidia LC, & ex Ck: nempe ad dimidiam BL. Erit ergo quadruplum quadratum AC, ad quadratum CB, vt dupla LC, ad dimidiam BL. Quare quadratum AC, erit ad quadratum BC, vt dimidia LC, ad dimidiam LB: nempe vt LC, ad LB. Reliqua ergo patebunt ex supra dictis.

SCHOLIVM II.

Patet ergo manifestissimè, quod ad hoc vt in portione sphæroidis ex AGBC, solidum ex BOC, æquale excessui portionis sphęroidis supra conum ex ABC, sit sphęra, requiritur necessariò vt AC, radius basis sit minor CB, axi.

PROPOSITIO LXIX.

Dato triangulo rectangulo ABC. Inuenire AGBC, semiportionem ellipsis, vt ipsa rotata circa BC, & super diametro BC, facto semicirculo BOC, ac pariter rotato



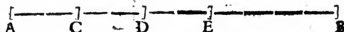
tato circa BC, sphera genita sit æqualis excessui portionis sphæroidis ex AGBC, supra conum ex ABC.

Fiat vt AC, ad CB, sic CB, ad BM. Erit BM, maior AC. Patet ex scholio antecedent. Cum enim BC, debeat esse maior AC, erit BM, multo maior AC. Fiat vt excessus MB, supra AC, ad AC, sic BC, ad CL, ei positam in directum. Et inueniatur semiellipsis, cuius vnus axis BL, ordinatim verò applicata AC, cuius semiportio sit AGBC. Dico hanc

hanc esse quęsitam. Nam, cum sit vt excessus BM, supra AC, ad AC, sic BC, ad CL; erit etiam componendo, vt MB, ad AC, sic BL, ad LC. Et conuertendo, vt AC, ad BM; seù vt quadratum AC, ad quadratum CB, sic LC, ad LB. Ex schol. ergo primo proposit. anteced. portio ex AGBC, erit qualis requiritur.

PROPOSITIO LXX.

Si quatuor rectę lineę fuerint continuè proportionales. Erit vt prima ad tertiam, ita quadratum differentię inter primam, & tertiam, ad quadratum differentię inter secundam, & quartam.



Sint quatuor continuè proportionales AB, CB, DB, EB, vt AD, sit differentia inter primam, & tertiam, & CE, sit differentia inter secundam, & quartam. Dico esse vt AB, prima, ad tertiam DB, sic quadratum AD, ad quadratum CE. Nam ex proposit.7. lib. prim. de Infinit. Parab. etiam AC, CD, DE, ipsarum differentiæ erunt continuè proportionales in proportione ipsarum AB, BC, BD, BE. Erit ergo vt AB, ad BC, sic tam AC, ad CD, quam CD, ad DE. Ergo & vt AB, ad BC, sic duæ AC, CD, ad duas CD, DE; nempe sic AD, ad CE. Sed

AB,

AB, ad BD, est in duplicata ratione AB, ad BC. Ergo etiam erit in duplicata ratione AD, ad CE. Nempe erit vt quadratum AD, ad quadratum CE. Quod &c.

PROPOSITIO LXXI.

Datis rectis BL, CA. Erigere ab aliquo puncto C, ipsius BL, dictam CA, & inuenire semiportionem ellipsis AGBC, vt rotata ipsa circa BC, &c. Solidum ex BOC, fit sphæra.

AD hoc, vt problema construi possit, oportet vt AC, minor sit BL. Etenim cum ex schol.2. propos.68. minor sit CB, erit multo minor LB. Data ergo LB, maiori extremarum in ordine quatuor continuè proportionalium, & CA, differentia secundæ, & quartæ, inueniatur CB, differentia primæ, & tertiæ (quomodo autem huiusmodi problemata solida construantur edoctum fuit à quamplurimis; sed Herculeas metas in infinitum transcendit nobilissimus, & clarissimus Geometra Renatus Franciscus Slusius Leodiensis in suo admirabili Mesolabo, in quo hæc infinitis enucleat modis per circulum, & ellipsim; & per circulum, & hyperbolam) & à puncto C, erigatur CA, & diametro LB, ordinatim applicata AC, inueniatur semiellipsis, cuius semiportio AGBC, erit quæsita. Namque, quum in serie quatuor continuè proportiona-

lium sit BL, maxima extremarum; & BC, differentia inter primam, & tertiam; erit LC, tertia. Cum autem, CA, sit differentia inter secundam, & quartam, & ex proposit. anteced. sit vt prima ad tertiam, ita quadratum differentiæ inter primam, & tertiam, ad quadratum differentiæ inter secundam, & quartam; erit vt BL, ad LC, ita quadratum BC, ad quadratum AC. Et conuertendo, vt LC, ad LB, ità quadratum AC, ad quadratum CB. Quare ex schol. pri. prop. 68. solidum ex BOC, erit sphæra. Factum est ergo &c. Quod &c.

PROPOSITIO LXXII.

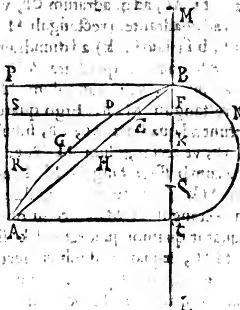
Datam BL, sectam in C, & erigere à puncto C, CA, inuenire portionem ellipsis, &c. vt in propos. antecedentibus.

Fiat vt BL, ad LC, ita BC, ad BM, & à puncto C, erigatur CA, media proportionalis inter CB, BM. Ipsa erit quæsita. Res facilè patebit.

PROPOSITIO LXXIII.

Si in quolibet conoide hyperbolico quadratum radij basis sit ad quadratum axis, vt compositum ex axi, & diametro transuersa, ad ipsam diametrum transuersam. Excessus conoidis supra conum, vt explicatum est, erit æqualis sphæræ. Si sit in maiori ratione; dictus excessus erit æqua-

æqualis sphæroidi cuius minor axis erit axis conoidis: Si sit in minori ratione, erit æqualis sphæroidi cuius maior axis erit axis conoidis.



INtelligamus AGBC, esse quamlibet semihyperbolam, cuius basis AC, axis BC, diameter transuersa BM, & sit BOC, semifigura ex cuius rotatione circa BC, oriatur solidum æquale excessui conoidis supra conum, vt dictum fuit. Affirmo primo, quod si quadratum AC, sit ad quadratum

CB, vt CM, ad MB; erit solidum ex BOC, sphæra. Nam, cum ex hypothesi, sit quadratum AC, ad ad quadratum CB, vt CM, ad MB: nempe vt quadrans MC, ad quadrantem MB: nempe (sumpta communi altitudine BC) vt quadrans rectanguli MCB, ad quadrantem rectanguli MBC. Erunt quatuor quadrata AC, ad quadratum CB, vt rectangulum MCB, ad quadrantem rectanguli MBC: nempe (diuisa BC, bifariam in k) ad dimidium rectanguli MBK. Ast quatuor quadrata AC, sunt ad vnum quadratum AC, vt rectangulum MCB, ad quadrantem rectanguli MCB. Ergo quatuor quadrata AC, erunt ad quadrata AC, CB, simul, seu ad quadratum AB, vt rectangulum MCB, ad sui quadrantem, vna cum besse rectanguli MBk: nempe ad rectangulum MkB (nam cum rectangulum MCB, diuidatur in rectangulum MBC, & in quadratum BC; quod æquatur quatuor quadratis Bk, sicuti rectangulum MBC, æquatur duobus rectangulis MBk. Quare eius quadrans erit vnum quadratum Bk, cum dimidio rectanguli MBk. Quod cum alio dimidio facit vnum rectangulum M k. Quod cum quadrato Bk, facit rectangulum MkB.) Pariter ex ratione hyperbolæ, est vt rectangulum MCB, ad rectangulum MkB, sic quadratum AC, ad quadratum GK: nempe sic quatuor quadrata AC, ad quatuor quadrata Gk. Ergo quatuor quadrata AC, ad quadratum AB, & ad quatuor quadrata G K, erunt in eadem ratione. Quare quatuor quadrata

GK,

G k, æquabuntur quadrato AB. Proindeque G k, erit dimidia AB. Vnde ex schol proposit. 65. solidum ex BOC, erit sphæra.

Sed sit quadratum AC, ad quadratum CB, in maiori ratione, quam CM, ad MB. Dico secundo solidum ex BOC, esse sphæroides, cuius minor semiaxis BK. Nam repetendo eadem vestigia superioris demonstrationis, postremò concluderemus quatuor quadrata AC, esse ad quadratum AB, in maiori ratione quàm rectangulum MCB, ad rectangulum MkB.

Et

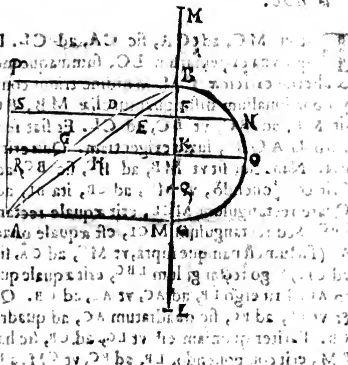
Et tandem quatuor quadrata AC, esse ad quadratum AB, in maiori ratione quam ad quatuor quadrata GK. Et consequenter vnum quadratum GK, maius esse quadrato BH: nempe quadratis HK, KB. Et consequenter differentiam quadratorum GK, KH; seu quadratum KO, maius fore quadrato K. Et KO, maiorem fore BK.

Si denique quadratum AC, sit ad quadratum CB, in minori ratione quam CM, ad MB. Dico solidum ex BOC, esse sphæroides, cuius maior semiaxis BK. Quod facilè probabitur ad normam, & regulam antecedentium demonstrationum. Patet ergo veritas propositionis.

PROPOSITIO LXXIV.

Dato triangulo rectangulo ABC Inuenire semihyperbolam AGBC, vt excessus conoidis ex ipsa rotata circa BC, supra conum ex ABC, sit æqualis sphæræ ex semicirculo BOC, cuius diameter axis semihyperbolæ.

AD hoc, vt problema construi possit requiritur vt AC, maior sit CB. Est namque ex proposit. anteced. quadratum AC, ad quadratum CB, vt CM, ad MB. Fiat ergo vt AC, ad CB, sic hæc ad CL, quæ erit multò minor CA. Denique fiat, vt excessus AC, supra CL, ad CL, sic CB, ad BM. Et diametro transuersa MB, axi BC, basi AC, inueniatur semihyperbola, quæ erit quæsita.



sita. Non immoramur circa demonstrationem, quia satis clara.

PROPOSITIO LXXV.

Datis rectis MC, & CA, inter se positis ad angulum rectum. Inuenire in MC, punctum B, vt descripta semihyperbola diametro transuersa MB, axi BC, basi AC, & ipsa reuoluta circa BC, excessus conoidis hy-

hyperbolici supra conum sit æqualis sphæra ex semicircu-lo BOC.

Fiat vt MC, ad CA, sic CA, ad CL. Dataque vna extremarum LC, summaque mediæ, & alterius extremæ CM, in ordine trium continuè proportionalium distinguantur aliæ MB, BC, vt sit MB, ad BC, vt BC, ad CL. Et fiat semihyperbola AGBC, iuxta exigentiam. Quæ erit quæsita. Nam cum sit vt MB, ad BC, sic BC, ad CL. Erit componendo, vt MC, ad CB, ita BL, ad LC. Quare rectangulum MCL, erit æquale rectangulo LBC. Sed rectangulum MCL, est æquale quadrato AC (factum est namque supra, vt MC, ad CA, sic CA, ad CL.) Ergo rectangulum LBC, erit æquale quadrato AC. Erit ergo LB, ad AC, vt AC, ad CB. Quare, & vt LB, ad BC, sic quadratum AC, ad quadratum CB. Pariter quoniam est vt LC, ad CB, sic hæc ad BM; erit componendo, LB, ad BC, vt CM, ad MB. Quare & vt CM, ad MB, sic quadratum AC, ad quadratum CB. Quare ex proposit. 73. solidum ex BOC, erit sphæra. Factum est ergo quod erat faciendum.

PROPOSITIO LXXVI.

Datam MC, sectam in B, erigere à puncto C, ipsam CA, & inuenire semihyperbolam AGBC, cuius diameter transuersa MB; axis BC; basis CA, vt excessus

conoi-

conoidis supra conum sit æqualis sphæræ ex semicirculo BOC.

F*iat* vt B M, ad M C, sic B C, ad C L, & à puncto C, erigatur C A, media inter B C, C L. Quæ erit quæsita. Erit enim conuertendo, vt C M, ad B M, sic L C, ad C B. Nempe sic quadratum A C, ad quadratum C B. Patet ergo propositum ex dictis.

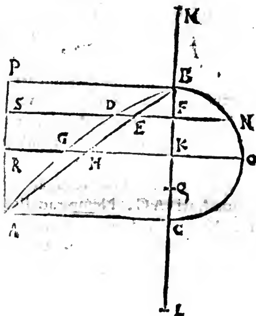
SCHOLIVM.

Vt licuit animaduertere, vniuersaliter manifestauimus in proposit. 65. excessum cuiuscunque portionis sphæræ, & sphęroidis, cuiuslibet conoidis parabolici, vel hyperbolici æqualem fore sphæræ, vel sphæroidi, cuius vna diameter esset axis portionis, vel conoidis. In subsequentibus verò propositionibus digito notauimus quotiescunque solidum illud præfato excessui ęquale extet sphęra, vel sphæroides; & in hoc casu, cuiusnam sit indolis. Ex proposit. autem 65. citata, facilè erit probare proposit. 53. vniuersalissimam, quam construximus in opere nostro sexaginta problematum Geometricorum, quam deduximus ibidem ex varijs Archimedis doctrinis. Nunc supposita quadam peculiari doctrina Archimedis, quæ vtique est geometris valdè nota, multa particularia circa dimensionem, & centra grauitatis particularium solidorum indagabimus. Quod autem supponemus, & ex cuius præmissione reliqua hauriemus, est, cylindrum circumscriptum sphæræ, vel sphęroidi esse eius sesquialterum. Veluti cylindrum circumscriptum cono fore eius triplum. His stabilitis, probabimus proposit. 53. sexaginta problematum geometricorum, quæ talis est.

PRO-

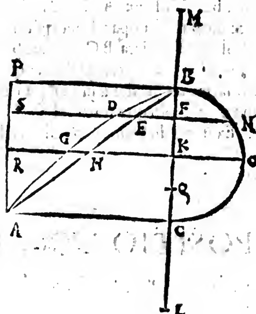
PROPOSITIO LXXVII.

Quodlibet conoides parabolicum, vel hyperbolicum, quęlibet portio sphęrę, vel sphęroidis, & etiam conus, sunt ad conum super eadem basi, & circa eandem diametrum cum ipsis (secta diametro bifariam, & ordinatim ex puncto sectionis applicata linea) vt quadratum ordinatim applicatæ, cum quadrato portionis eiusdem ordinatim applicatæ interceptę inter punctum diuisionis, & latus coni, ad duplum quadratum huius interceptę.



SVpponamus ergo AGBC, semiportionem circuli, & ellipsis, vel semiparabolam, & semihyperbolam, cum triangulo B A C, sibi inscripto rotari circa B C. Aio solidum genitum fore ad conum sibi inscriptum ex A B C (secta B C, in k, b fariam, & ordinatim applicata G k) vt quadrata G K, K H, ad duplum quadratum H K. Quod enim in cono sit ipse ad seipsum, vt duplum quadratum H k, ad idem duplum quadratum, pudet pronunciare. In reliquis sit sphęra, vel sphęroides ex B O C, ex propositio 5. æqualis excessui solidi supra conum sibi inscriptum. Quoniam cylindrus ipsi circumscriptus est sphæræ, vel sphęroidis sesquialter: erit ad ipsam vt quadratum O k, seù differentia quadratorum G k, K H (ex hypothesi ęqualis quadrato O k) ad duas tertias talis quadrati O k, seù differentiæ quadratorum G k, K H. Ergo sphæra, vel sphæroides, vel excessus solidi ex A G B C, supra conum ex A B C, erit ad talem conum, vt duæ tertiæ differentiæ quadratorum G k, k H, ad trientem quadrati A C. Nempe vt tota differentia quadratorum G k, K H, ad trientem cum sextante quadrati A C. Nempe ad dimidium quadrati A C. Nempe ad duo quadrata H k, quia H k, dimidia A C. Erit ergo componendo, solidum ex A G B C, ad conum sibi inscriptum, vt quadrata G k, K H, ad duplum quadratum H k. Quod &c.

SCHO-



SCHOLIVM.

Ex hac proposit. suo modo probata in proposit. 53. sexaginta problematum geometricorum, & ex quadam doctrina pariter suo modo deducta in proposit. 46. Miscell. Hyperb. quæ affirmat, quod centrum grauitatis excessus solidi ex AGBC, supra conum ex ABC, erit K, medium punctum BC; quam postea in schol. 2. proposit. 64. huius primæ par-

partis deduximus vniuersaliter manifestauimus in proposit. 47. citat. Miscell. Hyperb. Quod centrum grauitatis cuiuslibet solidi ex A G B C, semiportione circuli, & ellipsis, semiparabola quadratica, vel semihyperbola, rotatis circa B C, sic secabit B C, vt pars terminans ad B, sit ad reliquam, vt quadratum G K, ordinatim applicatæ à medio puncto K, ipsius B C, vna cum duplo quadrato H K, ad quadratum G K. Ex dictis doctrinis generalibus deductis à nobis peculiari methodo, deducentur reliqua prædictorum solidorum particularia. Nempe primo.

PROPOSITIO LXXVIII.

Cylindrus circumscriptus conoidi parabolico quadratico est eius duplus.

SVpponamus omnia quæ supra, & A G B C, esse semiparabolam quadraticam rotatam cum rectangulo P C, sibi circumscripto circa B C. Dico cylindrum duplum fore conoidis. Nam in ipso, quadratum ex G K, est subduplum quadrati A C, sicuti k B, est subdupla B C. Cum verò sit quadratum H K, subquadruplum quadrati A C. Erit quadratum G K, duplum quadrati H k. Cum verò sit conoides ad conum ex A B C, vt quadratum G K, cum quadrato H k, ad duplum quadratum H k: nempe in ratione sesquialtera. Erit conoides ad cylindrum

ex

ex PC, triplum coni, in ratione subdupla. Quare patet proposit.

PROPOSITIO LXXIX.

Centrum grauitatis conoidis parabolici quadratici, sic diuidit eius axim, vt pars ad verticem sit ad reliquam vt 2. ad 1.

Nam

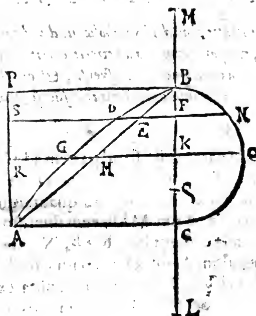
NAm in conoide parabolico, quadratum GK, cum duobus quadratis HK (nempe quatuor quadrata HK) sunt ad quadratum GK, seù ad duplum quadratum HK, in ratione dupla.

PROPOSITIO LXXX.

Cylindrus circumscriptus conoidi hyperbolico, est ad ipsum, vt composita ex axi, & ex latere transuerso, ad dimidiam lateris transuersi, vna cum triente axis.

COnoidis hyperbolici ex AGBC, sit diameter transuersa MB. Nam, quoniam conoides est ad conum, vt quadratum GK, cum quadrato HK, ad duplum quadratum HK. Erit conoides ad cylindrum, vt idem antecedens ad sex quadrata HK. Et conuertendo, erit cylindrus ad conoides, vt sex quadrata HK, seù sesquialterum quadrati AC, ad quadratum GK, vna cum quadrato HK; nempe vna cum quadrante quadrati AC. Cum verò sit quadratum AC, ad quadratum GK, vt rectangulum MCB, ad rectangulum MKB: erit etiam sesquialterum quadrati AC, ad quadratum GK, cum quadrante quadrati AC, vt rectanguli MCB, sesquialterum, ad rectangulum MKB, vna cum quadrante rectanguli MCB. Porrò sesquialterum rectanguli MCB, est æquale sex quadratis BK, & tribus rectangulis MBK: nempe tribus rectangulis sub MC, & BK.

Et



Et pariter rectangulum MKB, cum quadrante rectanguli MCB, est æquale rectangulo sub composita ex MK, ex KB, & ex besse MB, & sub BK. Ergo cylindrus erit ad conoides vt triplum rectangulum sub MC, in BK, ad rectangulum sub eadem BK, & sub dicta composita. Nempe (propter eandem altitudinem BK) vt tripla MC, ad compositam ex MK, & KB, & ex dimidia MB. Nempe vt BC, ad dimidiam MB, cum triente BC. Quod &c.

PROPOSITIO LXXXI.

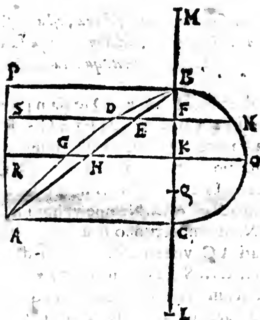
Centrum grauitatis conoidis hyperbolici sic diuidit ipsius diametrum, vt pars terminas ad verticem sit ad reliquam, vt composita ex diametro transuersa, & ex subsesquitertia axis, ad dimidium lateris transuersi, cum quarta parte axis.

NAm cum pars ad B, sit ad partem ad C, vt quadratum GK, cum duplo quadrato HK, seù cum dimidio quadrati AC, ad quadratum GK. Nempe, vt rectangulum MkB, cum dimidio rectanguli MCB, ad rectangulum MkB. Nempe vt duplum rectangulum MkB, cum quadrato kB, ad rectangulum MkB. Nempe vt composita ex dupla Mk, & ex kB, ad Mk. Erit etiam pars ad B, ad partem ad C, vt Mk, cum dimidia kB; ad dimidiam MK. Nempe vt MB, cum subsesquitertia BC, ad dimidiam MB, cum dimidia Bk, seù cum quadrante BC.

PROPOSITIO LXXXII.

Si AGBC, sit qualibet semiportio circuli, & ducta BA, diuisaque BC, bifariam in K, sit ducta KHG, parallela AC. Duæ tertiæ quadratorum GK, KH, erunt æquales dimidio quadrati AC, & sextanti quadrati CB.

Nam



NAm quadratum GK, æquatur rectangulo LKB; seù LKC; seù LCk, cum quadrato CK. Quadratum Hk, est æquale quadranti quadrati AC; seù rectanguli LCB: nempe dimidio rectanguli LCk. Ergo quadrata GK, KH, erunt æqualia rectangulo LCK, eius dimidio, & quadrato CK. Quare duæ tertiæ quadratorum GK, KH, erunt æquales rectangulo LCk; seù dimidio quadrato AC; & duabus tertijs quadrati Ck, seù sextanti quadrati CB. Quod &c.

PROPOSITIO LXXXIII.

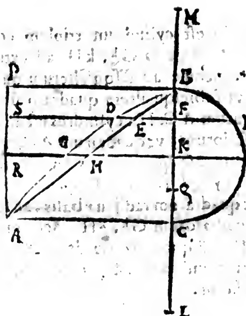
Cylindrus circumscriptus portioni sphæræ, est ad ipsam, vt quadratum radij suæ basis, ad dimidium quadrati radij basis portionis, vna cum sextante quadrati axis.

SIt B L, diameter sphæræ. Quoniam portio est ad conum ex A B C, vt quadrata G K, K H, ad duplum quadratum H K, seu ad dimidium quadrati A C. Erit portio ad cylindrum, cuius radius basis A C, qui est triplus coni, vt idem antecedens ad sesquialterum quadrati A C. Nempe vt horum subsesquialtera. Nimirum ex proposit. anteced. vt dimidium quadrati A C, vna cum sextante quadrati C B, ad quadratum C A. Sed cylindrus radij C A, est ad cylindrum circumscriptum portioni, vt quadratum A C, ad quadratum radij basis cylindri. Quare ex æquali, & conuertendo, erit cylindrus portioni circumscriptus ad ipsam, vt quadratum radij basis cylindri, ad dimidium quadrati A C, vna cum sextante quadrati C B.

SCHOLIVM.

Ex progressu autem demonstrationis, ac ex circuli natura deducetur, quod cylindrus super eadem basi cum portione, vel circumscriptus portioni non maiori hemisphærio, erit ad ipsam, vt L C, radius reli-

quæ



quæ portionis, ad sui dimidiam, vna cum sextante BC. Quod cum nimis sit obuium, non retardabit quin ad alia procedamus.

PROPOSITIO LXXXIV.

Cylindrus circumscriptus portioni sphæroidis, est ad ipsam, vt quadratum rad j basis cylindri, ad sextantem quadrati rad j basis portionis, vna cum duabus tertijs quadra-

drati lineæ ordinatim applicatæ, & secantis axim portionis bifariam.

NAm portio est cylindrum triplum coni ex A B C, vt quadrata G k, k H, ad sextuplum quadrati H k; nempe ad sesquialterum quadrati A C: nempe vt subsesquialtera quadratorum G K, K H, ad quadratum A C. Hic cylindrus est ad cylindrum circumscriptum, vt quadratum A C, ad quadratum radij circumscripti. Ergo ex æquali, & conuertendo, erit cylindrus circumscriptus, ad ipsam portionem, vt quadratum radij suæ basis, ad subsesquialterum quadratorum G k, k H. Sed quoniam quadratum H k, est quadrans quadrati A C, eius subsesquialterum erit vna sexta quadrati A C. Quare patet propositum.

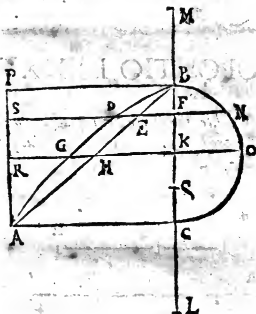
SCHOLIVM.

Sed hæc propositio potuisset aliter proponi, dicendo nimirum, esse cylindrum ad portionem, vt rectangulum sub partibus L B, correspondentibus radij basis cylindri; nimirum si portio non sit maior hemisphæroide, vt rectangulum L C B; si sit maior, vt quadratum dimidiæ B L, ad rectangulum L C k, vna cum sextante quadrati C B. Ex quibus deducetur, quod cylindrus super eadem basi cum portione, erit ad ipsam, vt L C, ad sui dimidiam, cum sextante C B. Hauriat hæc lector proprio marte.

PRO-

PROPOSITIO LXXXV.

Centrum grauitatis portionis sphæræ, vel sphæroidis sic diuidit axim, vt pars ad verticem sit ad reliquam, vt quadruplus axis reliquæ portionis, vna cum axi portionis, ad axim portionis, vna cum duplo axi reliquæ portionis.

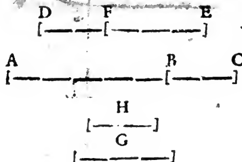


Cum

CVm enim sit pars ad B, ad partem ad C, vt quadratum G K, vna cum duplo quadrato H K, seù cum dimidio quadrati A C, ad quadratum G k. Nimirum vt rectangula L K B, seù L k C, & L C k, ad rectangulum L k B, seù L k C. Et (cum propter communem altitudinem C k) sint rectangula L k C, L C k ad rectangulum L k C, vt dupla L C, cum C k, ad L k. Erit etiam pars ad B, ad partem ad C, vt dupla L C, cum C k, ad L K. Nempe vt harum duplæ; scilicet vt quadrupla L C, cum C B, ad duplam L C, cum C B. Quod &c.

PROPOSITIO LXXXVI.

Datam lineam taliter producere, vt quadratum compositæ ex data cum producta, sit ad excessum ipsius supra quadratum datæ, in data proportione.



Data

DAta linea ſit AB, & data ratio ſit quam habet DE, ad EF. Oportet taliter producere AB, in C, vt quadratum AC, ſit ad exceſſum ipſius ſupra quadratum AB, vt DE, ad EF.

Fiat vt ED, ad DF, ſic BA, ad G, & inter BA, G, ſit media proportionalis H, & fiat vt H, ad AB, ſic AB, ad AC. Dico AC, eſſe quæſitam. Nam cum H, ſit media inter G, & AB, erit vt G, ad AB, ſic quadratum H, ad quadratum AB. Sed ſupra factum fuit ED, ad DF, vt BA, ad G: vndè eſt conuertendo, DF, ad DE, vt G, ad AB. Ergo erit etiam vt DF, ad DE, ſic quadratum H, ad quadratum AB. Sed quoniam tres H, AB, AC, ſunt continuè proportionales, vndè eſt vt quadratum H, ad quadratum AB, ſic quadratum AB, ad quadratum AC. Ergo erit etiam vt DF, ad DE, ſic quadratum AB, ad quadratum AC. Quare conuertendo, & per conuerſionem rationis, erit DE, ad EF, vt quadratum AC, ad exceſſum ſui ſupra quadratum AB. Factum eſt ergo &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

Oſtendimus in ſchol. 2. propoſit. 64. quod vniuerſaliter ſi in quolibet conoide hyperbolico ex reuolutione ſemihyperbolæ AIBD, circa axim BD, ſit inſcriptus conus ex triangulo ABD, centrum grauitatis exceſſus conoidis ſupra conum eſſet medium

punctum B D. Pariter manifestauimus in schol. proposit.20. Miscell. Hyperbol quod si F, sit centrum hyperbolæ genitricis conoidis, & F G, eius asymptotus, & intelligamus conum ex triangulo G F D, cum eius segmento ex G k B D, manifestauimus inquam, centrum grauitatis excessus frusti conici ex G k B D, supra conoides ex A I B D, esse medium punctum B D. Ex his ergo licebit agnoscere, centrum grauitatis excessus frusti conici supra conum ex triangulo A B D, inscriptum in conoide esse medium punctum ipsius B D. Sed hoc, cum alijs non iniucundis statim apparebunt, ex antecedent. propositione.

PROPOSITIO LXXXVII.

Si in hoc schemate B D, secetur bifariam in C, & ducatur C E I H, parallela G D, quæ sic producatur ad L, vt C L, possit differentiam quadratorum H C, C E, & C B, sic producatur ad O, vt sit quadratum C O, ad differentiam quadratorum C O, C B, vt differentia quadratorum H C, C E, ad differentiam quadratorum H C, C I, & semiaxibus C O, C L, sit semiellipsis vel semicirculus O L M, & à punctis B, D, ducantur B N, D P, ordinatim applicatæ. Solidum ex quadrilatero G K B A, reuoluto circa B D, est æquale tam secundum totum, quam secundum partes proportionales segmento sphæroidis, vel sphæræ orto ex reuolutione B N L P D, circa B D.

Quo-

QVoniam enim eſt ex conſtructione, quadratum CO, ſeù rectangulum MCO, ad differentiam quadratorum CO, CB, ſeù ad rectangulum MBO, vt differentia quadratorum HC, CE, ad differentiam quadratorum HC, CI. Et vt rectangulum MCO, ad rectangulum MBO, ſic quadratum CL, ad quadratum BN. Ergo vt quadratum CL, ad quadratum BN, ſic differentia quadratorum HC, CE, ad differentiam quadratorum HC, CI. Et permutando. Sed quadratum CL, æquatur, ex conſtructione, differentiæ quadratorum HC, CE. Ergo etiam quadratum BN, æquabitur differentiæ quadratorum HC, CI. Ducatur NP, vt ſumpto in BD, quolibet puncto T, per ipſum tran-

seat QX, parallela HL, secans omnia vt in schemate. Quoniam differentia quadratorum QT, TR, est æqualis differentiæ quadratorum HC, CI, quia ex 2. coni. proposit. 10. ambæ æquales quadrato KB: & differentia quadratorum HC, CI, ostensa fuit æqualis quadrato BN. Ergo etiam differentia quadratorum QT, TR, erit æqualis quadrato BN, seù TV. Sed cum sit quadratum LC, ad quadratum XT, vt rectangulum MCO, ad rectangulum MTO: & ad quadratum BN, seù TV, vt ad rectangulum MBO. Erit quadratum LC, ad differentiam quadratorum XT, TV, vt rectangulum MCO, ad differentiam rectangulorum MTO, MBO: nempe ad rectangulum DTB. Sed pariter cum sit per conuersionem rationis, quadratum CL, ad excessum ipsius supra quadratum BN, seù CZ, vt rectangulum MCO, ad excessum ipsius supra rectangulum MBO: nempe ad quadratum BC, seù ad rectangulum DCB. Et conuertendo, sit differentia quadratorum LC, CZ, ad quadratum CL, vt rectangulum DCB, ad rectangulum MCO. Erit ex æquali, differentia quadratorum CL, CZ, ad differentiam quadratorum XT, TV, vt rectangulum DCB, ad rectangulum DTB. Nempe ex proposit. 64. vt differentia quadratorum IC, CE, ad differentiam quadratorum RT, TS. Et permutando. Sed differentia quadratorum IC, CE, est æqualis differentiæ quadratorum LC, CZ. Quare etiam differentia quadratorum RT, TS, erit

æqua-

æqualis differentiæ quadratorum XT, TV. Quare tota differentia quadratorum QT, TS, erit æqualis quadrato TX. Quare etiam armilla circularis ex QS, erit æqualis circulo radij TX. Ergo solidum ex quadrilatero æquale segmento sphæræ, vel sphæroidis ex BNLPD. Quod &c.

SCHOLIVM.

Patet ergo qualiter centrum grauitatis solidi ex dicto quadrilatero sit medium punctum BD, sicuti est etiam centrum grauitatis frusti sphæræ, vel sphæroidis. Item cum vniuersaliter traditum sit in proposit. 8. qualiter assignandum sit centrum grauitatis cuius-

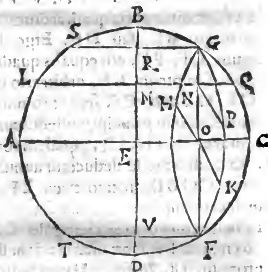
cuiuslibet portionis illius segmenti, v. g. geniti ex reuolutione BNXT: modus ille reperiendi dictum centrum grauitatis idem erit cum modo notandi centrum grauitatis solidi ex quadrilatero QkBS. Alia autem poterunt deduci, quæ lectori facilè sponte se offerent.

Tantummodò adnotabimus, solidum ex OLM, quod diximus esse vel sphæram, vel sphæroides, esse sphæram solum quando solidum æquale excessui conoidis ex AIBD, supra conum ex ABD, est sphæra. Quod quandò accidat, traditum fuit supra. Quod verò tunc sit sphæra, non iniucundè patebit. Non est difficultas, quod in tali casu, dictus excessus æquatur sphæræ diametri BD, seu sphæræ diametri NP. Supponamus OM, æqualem fore in schemate sequenti BD, CL, ipsi EC, OLB, ipsi BCD; CZ, NP, ipsis EO, GF; & intelligamus solidum ABCD, ortum ex reuolutione BCD, circa BD, quod sit sectum plano GKF, transeunte per GF, erecto BCD. Patuit in proposit 5. pri. part. Miscel. Geomet. solidum ex GPF, circa GF, esse vel sphæram, vel sphæroides. Sphæra quando solidum ABCD, est sphæra: sphęroides quando est sphęroides. Nec quando vnum est sphęroides aliud potest esse sphęra. Applicentur hęc ad rem nostram, & clarè conspicietur veritas asserti.

PRO

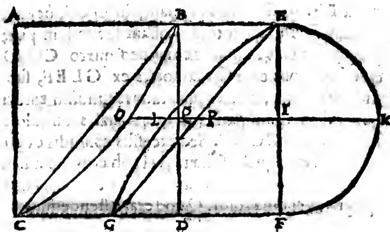
PROPOSITIO LXXXVIII.

Si quęlibet semihyperbola cum triangulo sibi inscripto rotetur circa secundam coniugatam diametrum. Annulus latus ex excessu semihyperbolæ supra triangulum; erit ęqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales sphęrę, vel sphęroidi, cuius vnus axis eadem secunda coniugata diameter.



ESto ABOC, quęlibet semihyperbola, cuius axis AB; basis AC; centrum E; secunda coniugata diameter EF; & sit super diametro EF, semi-

semicirculus, vel semiellipsis EKF. Dico annulum ortum ex reuolutione BOCB, circa EF, esse ęqualem tam secundum totum, quam secundum partes proportionales sphæræ, vel sphęroidi ex EkF. Sit EG, asymptotus hyperbolæ, & AD, rectangulum ei circumscriptum. Quoniam quadratum CF, est ęquale tam quadrato FG, & excessui sui supra ipsum, quàm quadrato FD, & excessui sui supra ipsum; erit quadratum FG, cum differentia quadratorum CF, FG, ęquale quadrato FD, cum differentia quadratorum CF, FD. Sed ex 2. conic. proposit. 11. est differentia quadratorum CF, FG, ęqualis quadrato BE, seù DF. Ergo differentia quadratorum CF, FD, erit ęqualis quadrato GF. Eodem pacto sumpto in EF, arbitrario puncto I, & acta Ok, parallela CF, secante omnia prout in diagrammate, ijsdem principijs ostendetur differentiam quadratorum OI, IQ, ęqualem fore quadrato PI. Ex quibus facilè deducetur annulum ex trilineo mixto COBD, rotato circa EF, æqualem fore tam secundum totum, quam secundum partes propoitionales cono orto ex triangulo GEF, pariter rotato circa EF. Quæ omnia etiam sunt deducta in proposit. 18. Miscell. Hyperbolici. Tunc non est difficultas, quod si CB, FE, producantur ad partes BE, concurrent, & triangulum constituent. Vndè certum est, quod si intelligamus rotari trapezium CBEF, circa EF, & frustum conicum indè genitum secari per BD, semiplanò erecto ipsi tra-



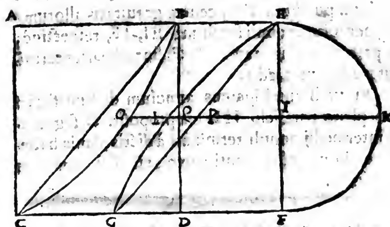
trapezio, & ex hoc semiplano pariter rotato circa BD, generari solidum rotundum, quod ex proposit. 1. primæ part. Miscell. Geometrici, erit æquale tam secundum totum, quam secundum partes proportionales annulo lato ex triangulo CBD, ciato circa EF; certum inquam est ex prim. conic. proposit. 12. dictum solidum rotundum, cuius axis BD, esse conoides hyperbolicum, cuius radius basis poterit quadratum æquale differentiæ quadratorum CF, FD: ac proinde tale quadratum æquabitur quadrato GF; & conus ex GEF, erit idem cum cono inscripto in illo conoide hyperbolico. Sit ergo GLEF, illa semihyperbola ex cuius gyratione circa EF, oriatur conoides illud, quod æquatur tam se-

cundum totum, quam secundum partes proportionales annulo lato ex reuolutione trianguli CBD, circa EF. Cum conus ex triangulo GEF, sit æqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales annulo ex trilineo mixto COBD: etiam reliquus excessus conoidis ex GLEF, supra dictum conum, erit æqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales annulo ex reuolutione COBC. Sed excessus conoidis ex proposit. 65. est æqualis sphæræ, vel sphæroidi diametri EF. Ergo etiam dictus annulus erit æqualis dictæ sphæræ, vel sphæroidi. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM I.

Sed quandò DKF, sit semicirculus, vel semiellipsis, & cuius naturæ, ignoramus vsque modò. Quod tamen facilè agnoscetur ex prop. 73. Erit enim sphæra, quandò excessus conoidis supra conum erit æqualis sphæræ. Sphæroides verò, quando æqualis sphæroidi. Erit ergo sphæra quandò productis CB, FE, concurrentibus in puncto, quod erit centrum semihyperbolæ GLEF, erit differentia quadratorum CF, FD (nempe quadratum GF) ad quadratum EF, vt composita ex EF, & ex duplicata intercepta inter E, & punctum concursus rectarum CB, EF, ad hanc duplam interceptam. Erit sphæroides, cuius minor axis EF, quandò differentia quadratorum CF, FD, erit ad quadratum FE, in maiori ratione,

tione,



tione, quam illa composita ad illam duplicatam. Erit tandem sphæroides, cuius maior axis EF, quando in minori ratione. &c.

SCHOLIVM II.

Cum ergo annulus ex CBOC, sit æqualis dictæ sphæræ, vel sphæroidi, & cum ipsa proportionaliter analogus: patet 1. v. g. medium punctum EF, esse centrum grauitatis dicti annuli.

Pariter centrum grauitatis partis annuli genitæ ex HBO, secare EI, vt pars ad E, sit ad partem ad I, vt quadrupla FI, cum IE, ad duplam FI, cum IE. Item centrum partis ex HCO, diuidere FI,

vt pars ad F, sit ad partem ad I, vt quadrupla EI, cum IF, ad duplam EI, cum IF. Quare si I, erit medium punctum EF, centra grauitatis illorum segmentorum annuli secabunt EI, IF, respectiuè, vt partes terminatæ ad E, & F, sint ad partes terminatas ad I, vt 5. ad 3.

Si verò intelligamus annulum dictum secari alio plano parallelo HI: ex proposit. 8. segmenti intermedij annuli terminati à dictis planis habebimus in correspondenti parte axis EF, centrum grauitatis.

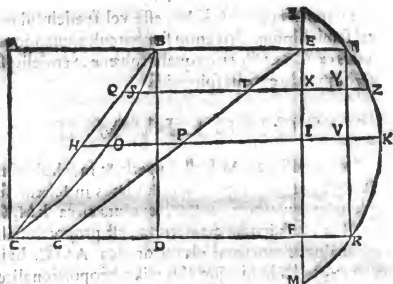
PROPOSITIO LXXXIX.

Si in schemate supra posito secta EF, bifariam in I, sit ducta HI, parallela CF, AE, quæ sic producatur ad K, vt quadratum KI, sit æquale differentiæ quadratorum HI, IP, & IE, sic producatur ad L, vt quadratum IL, sit ad excessum ipsius supra quadratum IE, vt differentia quadratorum HI, IP, ad differentiam quadratorum OI, IP, & semiaxibus coniugatis LI, IK, inueniatur semicirculus, vel semiellipsis LKM, in quo sint ductæ EN, FR, parallelæ IK. Erit annulus ex quadrilatero CBEO, reuoluto circa EF, æqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales segmento sphæræ, vel sphæroidis ex ENKRF, reuolutæ circa eandem EF.

Cum

CVm enim sit ex hypothesi, differentia quadratorum HI, IP, ad differentiam quadratorum OI, IP (nempe ad quadratum BE, ei æquale ex 2. conic. proposit. 11.) vt quadratum IL, seu rectangulum MIL, ad differentiam quadratorum IL, IE, scilicet ad rectangulum MEL; & vt rectangulum MIL, ad rectangulum MEL, sic quadratum KI, ad quadratum EN. Erit etiam vt differentia quadratorum HI, IP, ad quadratum BE, sic quadratum Ik, ad quadratum EN. Et permutando. Sed ex constructione, est differentia quadratorum HI, IP,

IP, ęqualis quadrato Ik. Ergo etiam quadrata BE, EN, erunt ęqualia. Sic deducemus differentiam quadratorum CF, FG, quæ pariter ęquatur quadrato BE, ęqualem fore quadrato FR. Ducatur NR, quę erit parallela LM, & sumpto in EF, quolibet alio puncto X, ducatur QZ, parallela HK, secans omnia vt apparet. Differentia quadratorum HI, IP, ęquatur quadrato Ik. Differentia quadratorum OI, IP, ęquatur quadrato EN, seù IV. Ergo differentia quadratorum HI, IO, ęquabitur differentiæ quadratorum KI, IV. Pariter differentia quadratorum QX, XS, ęquabitur differentiæ quadratorum ZX, XY. Nam elicitur ex proposit. ant. esse differentiam quadratorum HI, IO, ad differentiam quadratorum QX, XS, vt rectangulum FIE, ad rectangulum FXE. Sed est etiam (& probabitur ad modum proposit. 87.) vt rectangulum FIE, ad rectangulum FXE, sic differentia quadratorum kI, IV, ad differentiam quadratorum ZX, XY. Ergo erit etiam vt differentia quadratorum HI, IO, ad differentiam quadratorum QX, XS, sic differentia quadratorum KI, IV, ad differentiam quadratorum ZX, XY. Et permutando. Sed differentiæ quadratorum HI, IO, & kI, IV, sunt ostensæ ęquales. Ergo etiam differentiæ quadratorum QX, XS, ZX, XY, erunt ęquales. Sed pariter differentia quadratorum SX, XT, est ęqualis quadrato XY. Ergo tota differentia quadratorum QX, XT, erit ęqualis quadrato XZ. Et armilla circularis ex QT, circa EF, erit ęqualis



lis circulo radij X Z. Et hoc vbicunque sumatur punctum X. Ergo patebit totum annulum ex quadrilatero C B E G, æqualem fore segmento ex E N k R F, reuoluto circa E F, & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Centrum ergo grauitatis dicti annuli erit medium punctum E F. Et ex prop. 8. constabit qualiter

liter inueniendum sit centrum grauitatis cuiuslibet eius segmenti etiam intermedij.

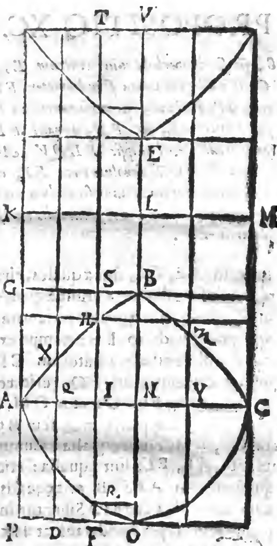
Diximus autem L K M, esse vel semicirculum, vel semiellipsim. Erit enim semicirculus, quando annulus ex C B O C, erit æqualis sphæræ. Semiellipsis verò, quando æqualis sphæroidi.

SCHOLIVM II.

In proposit. 25. Miscell. hyperb. & in schol. eiusdem ostendimus, quod annulus latus in schem. sequent. ex hyperbola A B C, reuoluta circa K M, secundam coniugatam diametrum, est proportionaliter analogus cum parabola quadratica A O C. Et in calce vltimi scholij, quod est etiam proportionaliter analogus cum sphæra, vel sphæroide, cuius vnus axis A C. Ex his ergo lector paruissimo labore assequetur, quod si rectangulo N B V, seu differentiæ quadratorum N L, L B, sit æquale quadratum N O, & intelligamus semiellipsim, seu semicirculum A O C: assequetur inquam annulum præfatum tam secundum totum, quam secundum partes proportionales æqualem fore sphæræ, vel sphæroidi ex A O C, circa A C.

Erit autem A O C, semicirculus quando N C, erit æqualis B L. Semiellipsis verò, quandò maior, aut minor; & illius naturæ, quæ facilè est agnoscibilis. Ex his concinnabitur.

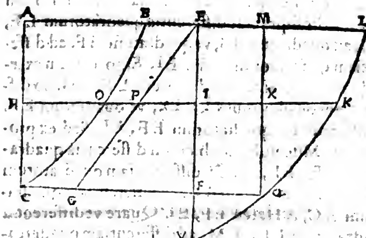
PRO-


T
V
E
K
L
M
G
S
B
H
X
A
Q
I
N
Y
C
R
P
D
F
O

PROPOSITIO XC.

Si ABC, sit semihyperbola cuius centrum E, asymptotus BG, secunda coniugata semidiameter EF, & latera AE, CF, rectanguli sic producantur ad L, Q, vt EL, sit æqualis AE, & FQ, æqualis BE. Et sit quadrans circuli, vel ellipsis ELQV. Annulus ex quadrilatero CAEG, reuoluto circa EF, erit æqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales segmento sphæræ, vel sphæroidis ex ELQF, reuoluto circa EV.

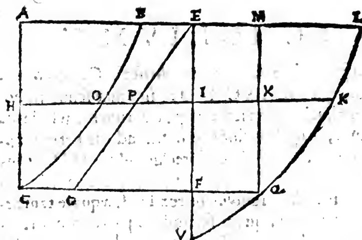
CVm enim AE, EL, sint æquales; circuli quorum ipsæ semidiametri erunt æquales. Et pariter cum BE, FQ, sint æquales; etiam quadratum FQ, erit æquale quadrato BE: nempe ex 2. conic. proposit. 11. differentiæ quadratorum CF, FG. Et consequenter circulus radij FQ, erit æqualis armillæ ex CG, circa FE. Ducatur QM, parallela EF. Cum EM, sit æqualis FQ, seù BE; etiam quadrata BE, EM, erunt æqualia. Cumque etiam quadrata tota AE, EL, sint æqualia: etiam differentia quadratorum AE, EB, erit æqualis differentiæ quadratorum EL, LM. Sumatur in EF, ad libitum punctum I, per quod transeat Hk, parallela ipsis AL, CQ, secans omnia prout conspicitur. Quoniam ex natura circuli, & ellipsis, est vt quadratum EL, ad quadratum FQ, seù EM, sic quadratum



cum E V, ad differentiam quadratorum E V, E F. Ergo per conuersionem rationis, & conuertendo, erit differentia quadratorum E L, E M, ad quadratum E L, vt quadratum E F, ad quadratum E V. Sed quadratum E L, est ad quadratum I K, vt quadratum E V, ad differentiam quadratorum E V, E I. Ergo ex æquali, erit differentia quadratorum L E, E M, ad quadratum I k, vt quadratum E F, ad differentiam quadratorum E V, E I. Rursum est quadratum k I, ad quadratum F Q, seu I X, vt differentia quadratorum E V, E I, ad differentiam quadratorum E V, E F. Et per conuersionem rationis est quadratum I k, ad differentiam quadratorum k I, I X, vt differentia quadratorum E V, E I,

ad excessum sui supra differentiam quadratorum E V, E F: nempe ad differentiam quadratorum E F, E I. Et supra erat differentia quadratorum L E, E M, ad quadratum k I, vt quadratum E F, ad differentiam quadratorum E V, E I. Ergo rursum ex æquali, erit differentia quadratorum L E, E M, ad differentiam quadratorum k I, I X, vt quadratum E F, ad differentiam quadratorum E F, E I. Sed ex proposit. 25. Miscell. Hyperb. etiam differentia quadratorum A E, E B, est ad differentiam quadratorum H I, I O, vt quadratum A C, ad differentiam quadratorum A C, A H, seù E F, E I. Quare vt differentia quadratorum L E, E M, ad differentiam quadratorum k I, I X, sic differentia A E, E B, ad differentiam H I, I O. Et permutando. Sed differentia A E, E B, ostensa fuit æqualis differentiæ L E, E M. Ergo etiam differentia H I, I O, erit æqualis differentiæ K I, I X. Quare etiam armilla ex k X, circa E F, erit æqualis armillæ ex H O, circa E F. Cumque ex citat. proposit. 11. lib. 2. conic. sit differentia quadratorum O I, I P, æqualis quadrato B E, seù E M, seù I X: & consequenter armilla ex O P, circa E F, sit æqualis circulo radij I X. Erit etiam tota armilla ex H P, æqualis circulo radij I K. Et vbicunque sumatur punctum I. Ergo facilè concludetur, totum solidum ex quadrilatero C A E G, reuoluto circa E F, æquale fore præfato segmento sphærico, vel sphæroidali, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quod &c.

SCHO-



SCHOLIVM I.

Centrum ergo grauitatis dicti annuli, ſicuti cuiuſlibet eius ſegmenti, ſecabit E F, vel eius partem correſpondentem, vt ſecatur à centro grauitatis dicti ſegmenti ſphærici, vel ſphæroidalis, vel eius ſegmenti correſpondentis. Hoc verò centrum aliquandò in propoſit. 8. traditum fuit. Quod ſi omnia intelligerentur duplicata ad partes A L; nihilominus continuaretur æqualitas, &c.

Erit autem ſegmentum ſphæræ, vel ſphæroidis, quando ſolidum æquale annulo ex C A B, circa E F, erit vel hemiſphærium, vel hemiſphæroides. Quod quan-

quando accidat, explicatum fuit in schol. 2. proposit. anteced.

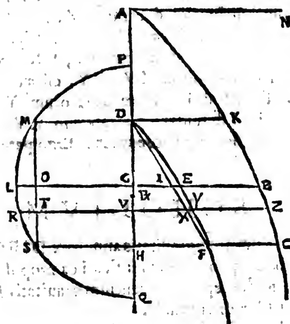
SCHOLIVM II.

In proposit. 26. prim. part. Miscell. Geom. ostendimus, quod si H A C, H D F, sint duæ semiparabolæ quadraticæ ęquales, nempe quarum idem sit latus rectum, in quibus sint ordinatim ad diametrum applicatę H F C, D K, & sit rectangulum M H, cuius M D, sit æquale D K: esse annulum ex quadrilatero mixto FEDkC, reuoluto circa D H, æquale tam secundum totum, quam secundum partes proportionales cylindro ex M H, pariter reuoluto circa D H. Nunc ostendetur.

PROPOSITIO XCI.

Si in iisdem semiparabolis ducatur D F, & secta bifariam D H, in G, ordinatim applicetur G B, quę sic producatur ad L, ut G L, possit differentiam quadratorum B G, G I, & G D, sic producatur ad P, ut quadratum G P, sit ad excessum sui supra quadratum G D, ut differentia quadratorum B G, G I, ad differentiam quadratorum B G, G E, seu ut quadratum L G, ad quadratum G O, & semiaxibus L G, G P, fit semicirculus, vel semiellipsis P L Q. Erit solidum ex quadrilatero mixto D I F C K, reuoluto circa D H, ęquale tam secundum totum, quam secundum partes proportiona-

tionales segmento sphæræ, vel sphæroidis ex DMLSH reuoluto circa DH.



HÆc propositio facilè probabitur ad normam superiorum. Nam ex citat. proposit. 26. in schol. anteced. patet differentias quadratorum CH, HF; & BG, GE, æquales fore. Et sic de alijs, quia omnes æquales eidem quadrato DK. Item ex constructione patet quadrata MD, OG, SH, & reliquarum in MH, ductarum parallelarum MD, æ-

qualia

qualia fore quadrato DK, sed prædictis differentijs quadratorum. Vndè circuli radiorum MD, DK, erunt æquale. Item circulus radij SH, erit æqualis armillæ circulari ex CF. Veluti circulus ex LG, est æqualis armillæ ex BI. Quod si sumpto in DH, quolibet puncto V, ducatur RZ, parallela SC, MK: facilè constabit circulum radij RV, æqualem fore differentiæ quadratorum ZV, VX. Nam differentia quadratorum ZV, VY, est æqualis quadrato TV; & differentia quadratorum YV, VX, est æqualis differentiæ quadratorum RV, VT, vt quilibet nullo negotio deducet. Ergo patet propositum.

SCHOLIVM.

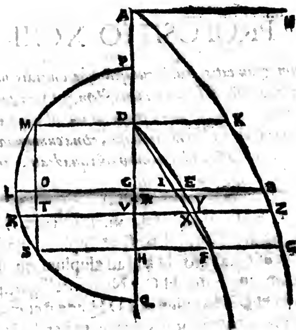
Centrum ergo grauitatis annuli ex DIFCK, erit G, medium punctum DH: sicuti ex proposit. 8. constabit modus reperiendi centrum grauitatis segmenti cuiuslibet dicti annuli.

Sed cum in mentem veniat peculiaris modus indagandi centrum grauitatis frusti conoidis parabolici quadratici, nolumus ipsum omittere. Pro quo sit,

PROPOSITIO XCII.

Annulus ex quadrilatero DIFCK, est ad conum ex HDF, vt quadratum DK, vna cum sextante quadrati HF, ad trientem quadrati HF.

Nam



NAm dictus annulus diuiditur in annulum ex DEFCK, & in excessum conoidis ex HDEF, supra conum ex HDF. Annulus ex DEFCk, est æqualis cylindro ex MH: vndè est ad conum ex HDF, vt quadratum MD, seù Dk, ad trientem quadrati HF. Excessus conoidis supra conum, quia coni subduplus, est ad conum, vt vna sexta quadrati HF, ad trientem dicti quadrati. Quare totus dictus annulus ad conum, vt quadratum

LI DK,

D k, cum vna sexta quadrati H F, ad vnam tertiam eiusdem quadrati H F.

PROPOSITIO XCIII.

Centrum grauitatis frusti cuiuscunque conoidis parabolici quadratici sic diuidit axim eiusdem, vt pars terminans ad minorem basim sit ad terminatam ad maiorem, vt duo quadrata radij maioris basis, vna cum quadrato radij minoris basis, ad duplum huius quadrati, vna cum quadrato radij maioris basis.

SIt ℞, centrum grauitatis dicti frusti ex H D k C, Dico esse D ℞, ad ℞ H, vt duplum quadratum H C, cum quadrato D k, ad duplum quadratum D k, cum quadrato H C. Nam intelligatur semiparabola H D E F, cuius axis D H, idem cum axi frusti, quæ sit eiusdem lateris recti cum parabola, cuius H D K C, est segmentum, quæ cum triangulo HDF, sibi inscripto rotetur circa H D. Sit G, medium punctum D H, centrum grauitatis excessus frusti ex H D k C, supra conum ex H D F, & V, sit centrum grauitatis dicti coni. G V, erit quarta pars D H, & erit G ℞, ad ℞ V, vt conus ad dictum excessum; nempe ex proposit. anteced. vt triens quadrati H F, ad quadratum D k, cum vna sexta quadrati H F. Et componendo, erit G V, ad V ℞, vt vna tertia, cum vna sexta quadrati H F (nempe dimidium ipsius) vna cum quadrato D K, ad quadratum D k, vna cum vna

ſexta quadrati H F. Quare D H, quadrupla G V, erit ad V ℞, vt quadruplum quadrati D K, vna cum duplo quadrati H F, ad quadratum D k, vna cum ſextante quadrati H F. Sed D H, eſt ad H V, vt quadruplum quadrati D k, vna cum duplo quadrati H F, ad quadratum D k, vna cum dimidio quadrati H F. Ergo erit D H, ad H ℞, ſimul, vt quadruplum quadrati D k, vna cum duplo quadrati H F, ad duplum quadrati D k, vna cum dimidio, & cum

vna sexta quadrati HF: nempe vna cum duabus tertijs quadrati HF. Quare diuidendo, erit D℞, ad ℞H, vt duo quadrata Dk, cum quatuor tertijs quadrati HF, ad duo quadrata DK, cum duabus tertijs quadrati HF. Nempe vt horum sesquialtera. Scilicet vt tria quadrata DK, vna cum duobus quadratis HF, ad tria quadrata Dk, vna cum quadrato HF. Sed quoniam quadrata Dk, HF, sunt æqualia quadrato HC; vnde tria quadrata DK, cum duobus quadratis HF, sunt çqualia duobus quadratis HC, cum quadrato DK: & pariter tria quadrata DK, cum quadrato HF, sunt æqualia quadrato HC, cum duobus quadratis DK. Erit etiam D℞, ad ℞H, vt duo quadrata HC, cum quadrato Dk, ad duo quadrata DK, cum quadrato HC. Quod &c.

ALITER.

Sit G, medium punctum DH, centrum grauitatis, ex schol. proposit. 16. primi. part. Miscell. Geom. excessus frusti conoidis supra conoides ex HDEF. Et V, sit centrum grauitatis dicti conoidis. Ergo sic GV, erit vna sexta DH, & ordine tertia à basi, & HV, vna tertia HD, çquabitur eiusdem duabus sextis. Cum ergo G, sit centrum excessus frusti supra conoides, & V, centrum conoidis, erit G℞, ad ℞V, reciprocè, vt conoides ad dictum excessum: nempe vt dimidium quadrati HF, ad quadratum Dk (est enim

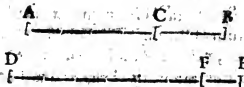
enim dictus excessus æqualis cylindro ex MH, seù cylindri cuius radius basis DK; & conoides subduplum cylindri radij HF, sibi circumscripti.) Et componendo, erit GV, ad VR, vt dimidium quadrati HF, vna cum quadrato DK, ad quadratum DK. Quare DH, sextupla GV, erit ad VR, vt tria quadrata HF, cum sex quadratis Dk, ad quadratum DK. Sed est etiam ad HV, vt tria quadrata HF, cum sex quadratis Dk, ad vnum quadratum HF, cum duobus quadratis Dk. Quare erit DH, ad HR, vt tria quadrata HF, cum sex quadratis Dk, ad quadratum HF, cum tribus quadratis DK. Quare diuidendo, erit DR, ad RH, vt duo quadrata HF, cum tribus quadratis Dk, ad quadratum HF, cum tribus quadratis DH. Nempe rursum, vt quadrata duo HC, cum quadrato DK, ad duo quadrata Dk, cum quadrato HC. Quod &c.

SCHOLIVM.

Eximus Torricellius in lemmate ad proposit. 31. lib. 2. de motu proiectorum probat duas semiparabolas HAC, HDF, esse asymtotos. Hoc non modò verificatur de parabolis quadraticis, sed de quibuscunque, vt statim ostendemus præmisso sequenti lemmate.

PROPOSITIO XCIV.

Si DE, sit maior AB, & sint secta in C, & F, vt adhuc DF, sit maior AC, & excessus cuiuscunque potestatis DE, supra similem potestatem DF, sit æqualis excessui similis potestatis BA, supra similem potestatem AC, EF, erit minor BC.



V. G. si excessus cubi ED, supra cubum DF, sit æqualis excessui cubi BA, supra cubum AC, erit EF, minor CB. Et sic in alijs potestatibus. Non enim EF, potest esse ęqualis CB. Quia cum excessus potestatis ED, supra potestatem DF, constet ex tot homogeneis factis sub partibus DE, ex quot sub partibus AB, constat excessus potestatis BA, supra potestatem AC; si DF, est maior AC, & EF, æqualis CB, homogenea sub partibus DE, erunt maiora homogeneis sub partibus AB. Quod est contra hypothesim. Quod multo magis concluderetur si EF, esset maior CB. V. g. excessus cubi ED, supra cubum DF, sunt cubus EF, tria facta ex EF, in quadratum DF, & tria facta sub DF, in qua-

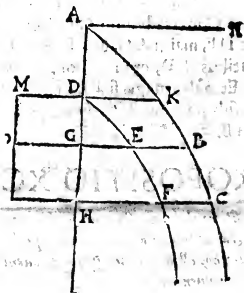
dra-

dratum EF. Pariter excessus cubi BA, supra cubum AC, est cubus BC, tria sub CB, in quadratum AC, & tria sub AC, in quadratum CB. Cum ergo, ex hypothesi, sit DF, maior AC, & FE, æqualis CB. Facta sub partibus ED, erunt maiora factis sub partibus AB. Et multo magis si FE, sit maior CB. Sed cum facta sub partibus DE, sint ęqualia factis sub partibus AB. Erit EF, minor CB.

PROPOSITIO XCV.

Si HAC, sit parabola cuiuscunque gradus, & HDF, sit eiusdem gradus cum ipsa, & etiam ei ęqualis. Hæ erunt asymptoti; hoc est magis, magisque accedentes inuicem, non tamen conuenientes.

AN, sit latus rectum vtriusque parabolæ, inuentum secundum tradita in proposit. 49. Miscell. Hyperb. Ducantur ordinatim applicatæ ad diametrum GEB, HFC. Quoniam potestas BG, ęquatur facto sub GA, & sub potestate AN, vnius gradus inferioris potestatis parabolæ: & pariter potestas GE, ęquatur facto sub GD, & sub dicta potestate AN. Ergo differentia potestatum BG, GE, ęquabitur differentię factorum sub GD, & sub GA, in dictam potestatem AN. Nempe facto sub DA, in dictam potestatem AN. Nempe potestati Dk, homogeneæ potestatibus BG, GE. Eodem modo excessus potestatis CH, supra potestatem HF, ostendetur



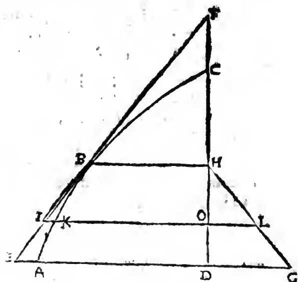
detur ęqualis poteſtati Dk. Et hoc oſtenderetur de quibuſcunque exceſſibus ordinatim applicatarum. Cum ergo HC, ſit maior GB, & HF, ſit maior GE, & differentia poteſtatum CH, HF, ſit maior differentia poteſtatum BG, GE: erit CF, minor EB. Quæ etiam eò erit minor, quò magis elongabitur ab ipſo D. Quare parabolæ ſemper magis, magiſque accedent.

Et nunquam concurrent, qui ſi concurrérent in aliquo puncto putà in C, vt F, & C, eſſent idem punctum, tunc facta ſub HD, & HA, in illam poteſtatem AN, eſſent ęqualia; Quod vtique implicat.

PRO-

PROPOSITIO XCVI.

Si ACD, sit quælibet semiparabola quadratica, cuius axis CD, & EBF, sit tangens occurrens basi DA, productæ in E, & AD, sic producatur ad G, vt quadratum DG, possit differentiam quadratorum ED, DA, & ordinatim applicata BH, ac ducta HG, intelligamus tam frustum conicum EBHD, quam triangulum DHG, rotari circa HD. Erit annulus ortus ex trilineo mixto EBA, æqualis tam secundum totum, quam secundum partes proportionales cono ex DHG.



IN triangulo enim EFD, est quadratum ED, ad quadratum BH, vt quadratum DF, ad quadratum

tum FH. Quadratum BH, ad quadratum AD, est ob parabolam, vt CH, ad CD: nempe vt quadratum CH, ad rectangulum DCH: nempe vt quadruplum quadratum CH, seù quadratum FH (cum enim ex prim. conic: proposit. sit FH, dupla CH, quadratum FH, erit quadruplum quadrati CH) ad quadruplum rectangulum DCH. Erit ex æquali, quadratum ED, ad quadratum DA, vt quadratum DF, ad quadruplum rectangulum DCH: nempe ad quadruplum rectangulum DHC, cum quadruplo quadrato HC: nempe ad duplum rectangulum DHF, cum quadrato FH. Quare per conuersionem rationis, & conuertendo, erit differentia quadratorum ED, DA, ad quadratum ED, vt quadratum DH, ad quadratum DF. Tunc sumatur in HD, quodlibet punctum O, & ducatur IKOL, parallela EG. Eodem modo, quo factum est supra probabitur esse quadratum ED, ad quadratum KO, vt quadratum DF, ad duplum rectangulum OHF, cum quadrato HF. Sed est idem quadratum ED, ad quadratum totum IO, vt quadratum DF, ad quadratum FO. Ergo idem quadratum ED, erit ad differentiam quadratorum IO, Ok, vt quadratum DF, ad excessum quadrati OF, supra duo rectangula OHF, cum quadrato HF: nempe ad quadratum OH. Erat autem supra differentia quadratorum ED, DA, ad quadratum ED, vt quadratum DH, ad quadratum DF. Erit ergo ex æquali, differentia quadratorum ED, DA, ad differentiam quadratorum IO, OK, vt

qua-

quadratum D H, ad quadratum H O: nempe vt quadratum D G, ad quadratum O L. Quare etiam armilla ex E A, erit ad armillam ex I k, vt circulus radij D G, ad circulum radij O L. Et permutando, Sed armilla ex E A, & circulus radij D G, sunt æquales (quia ex hypothesi, differentia quadratorum E D, D A, & quadratum D G, sunt magnitudines æquales.) Ergo etiam armilla ex I K, erit æqualis circulo radij O L. Et hoc vbilibet. Ergo annulus erit æqualis cono. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Facilè ergo agnoscet geometra annulum, & conum esse magnitudines proportionaliter analogas. Centrum ergo grauitatis annuli sic secabit H D, vt secatur à centro grauitatis coni. Nempe vt pars ad H, sit tripla partis ad D. Item cum in O D, pluribus vicibus traditum sit centrum grauitatis frusti conici ex D O L G; idem etiam erit centrum partis annuli ex quadrilatero mixto E I k A.

SCHOLIVM II.

Licuit animaduertere in hucusque eplicatis tradidisse nos quamplurimas mensuras, notasseque non pauca centra grauitatis solidorum rotundorum ex figuris circa axim rotatis. Cumque quodlibet solidum rotundum sit proportionaliter analogum cum trun-

trunco sinistro cylindrici recti super semifigũra genitrice solidi existentis, ac resecti plano diagonaliter transeunte per lineam circa quam fit rotatio, & per punctum in latere: non modò horum truncorum omnium habebimus cubationes, sed etiam centra æquilibrij ipsorum appensorum secundum lineam circa quam fit rotatio. Hæc omnia intelligentur nullo negotio ex alibi, & passim in alijs nostris operibus à nobis traditis.

Hæc sunt, Benignè Lector, quæ octauo loco tibi proponimus percurrenda. Forsitan aliàs promulgatis turpiora erunt. Quæ quæ sint sustine ea, veluti & errores ipsius impressionis, qui certè innumeri erunt. Quapropter numquam magis vice hac indiguimus tua benignitate. Si otium suppeditabitur, quo tamen & nunc, & forsitan in posterum magis carebimus, alia imprimenda curabimus. Vale.

FINIS.

